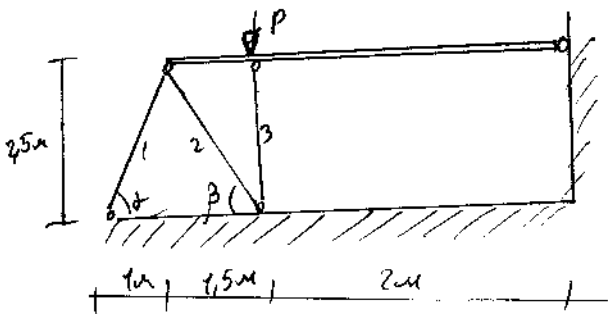


Для заданной составленной конструкции под действием системы сил

- 1) Определить геометрические характеристики.
- 2) Определить составленную конструкцию методом
- 3) написать уравнение равновесия системы.
- 4) написать уравнения совместности деформаций
- 5) Определить усилия в упругих сечениях
- 6) Определить напряжения в упругих сечениях
- 7) Определить допускаемую нагрузку.

$F_1 = 12 \text{ см}^2$ $F_2 = 7 \text{ см}^2$ $F_3 = 10 \text{ см}^2$

$D_1 = 0,03 \text{ см}.$



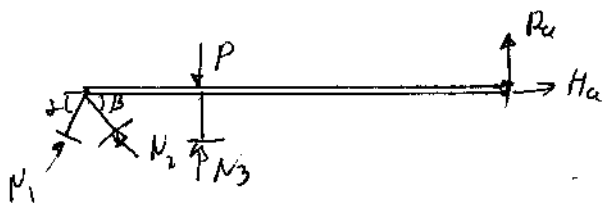
- 1) Определим геометрические характеристики

$l_1 = \sqrt{1^2 + 2,5^2} = 2,69 \text{ м}$

$\sin \alpha = \frac{2,5}{2,69} = 0,929$

$l_2 = \sqrt{1,5^2 + 2,5^2} = 2,92 \text{ м}.$

$\sin \beta = \frac{2,5}{2,92} = 0,856.$



- 2) Составим составленную конструкцию

$5 - 3 = 2.$

- 3) Запишем уравнение равновесия системы.

$\sum M_0 = 0;$

$P \cdot 2 - N_3 \cdot 2 - N_1 \cdot (2+1,5) \cdot \sin \alpha - N_2 \cdot (2+1,5) \cdot \sin \beta = 0$

$2P - 2N_3 - 3,5(N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta) = 0 \quad (4)$

- 4) Составим уравнения совместности деформаций

из условия треугольников

$\frac{CC_1}{BB_1} = \frac{AC}{AB}; \quad CC_1 = \frac{AC}{AB} BB_1$

$CC_1 = \frac{3,5}{2} BB_1; \quad CC_1 = 1,75 BB_1$

Свяжем перемещения сечений с их

$CC_1 = D_1 \frac{D_2}{\sin \alpha}; \quad CC_1 = \frac{D_2}{\sin \beta}; \quad BB_1 = D_3$

Тогда

$\frac{D_1}{\sin \alpha} = \frac{D_2}{\sin \beta};$

$D_2 = D_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \quad 1,75 D_3 = \frac{D_1}{\sin \alpha}; \quad D_3 = \frac{D_1}{1,75 \sin \alpha};$

Выразим угловые моменты через углы в сечениях

$$D_1 = -\frac{M_1 l_1}{EF_1}; \quad D_2 = -\frac{M_2 l_2}{EF_2}; \quad D_3 = -\frac{M_3 l_3}{EF_3}$$

Тогда.

$$-\frac{M_2 l_2}{EF_2} = -\frac{M_1 l_1}{EF_1} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}; \quad M_2 = \frac{M_1 \cdot 2,69}{12} \cdot \frac{7}{2,92} \cdot \frac{0,856}{0,929} \Rightarrow$$

$$\boxed{M_2 = 0,495 M_1} \quad (2)$$

$$\frac{M_3 l_3}{EF_3} = \frac{M_1 l_1}{EF_1} \frac{1}{1,75 \cdot \sin \alpha}; \quad M_3 = \frac{M_1 \cdot 2,69}{12} \cdot \frac{10}{2,5 \cdot 1,75 \cdot 0,929} \Rightarrow$$

$$\boxed{M_3 = 0,551 M_1} \quad (3)$$

5) Определим углы в узлах сечений.

$$D_1 = 0,03 \text{ см} \quad D_1 = -\frac{M_1 l_1}{EF_1}; \quad M_1 = -\frac{D_1 EF_1}{l_1} = \frac{0,03 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{11}}{2,69} = 26766 \text{ Н}$$

$$M_2 = 0,495 \cdot 26766 = 13249 \text{ Н}$$

$$M_3 = 0,551 \cdot 26766 = 14748 \text{ Н}$$

6) Определим напряжения в сечениях.

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{F_1} = \frac{26766}{12 \cdot 10^{-4}} = 22,3 \cdot 10^6 \text{ Па}; \quad \sigma_2 = \frac{M_2}{F_2} = \frac{13249}{7 \cdot 10^{-4}} = 18,9 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\sigma_3 = \frac{M_3}{F_3} = \frac{14748}{10 \cdot 10^{-4}} = 14,8 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

7) Выразим моменты из уравнения для всех направлений (2) и (3) в уравнение (1).

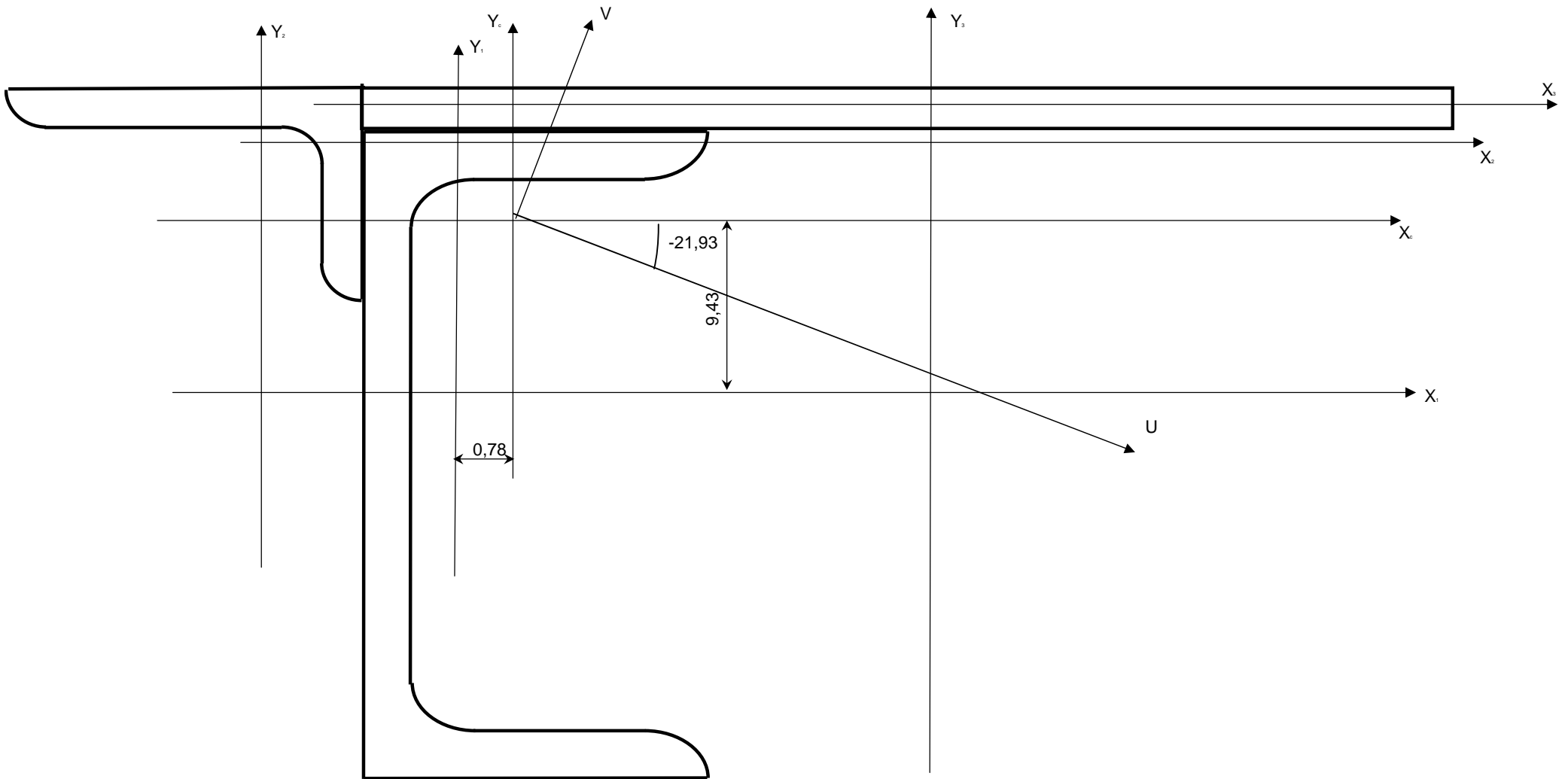
$$2P - 2(0,551 M_1) - 3,5(M_1 \cdot 0,929 + 0,495 M_1 \cdot 0,856) = 0$$

$$2P - 5,84 M_1 = 0;$$

$$P = 2,92 M_1 = 2,92 \cdot 26766 = 78156,1 \text{ Н}$$

Для составного сечения определить положение центра тяжести, величину главных центральных моментов инерции.

вариант 36



Уголок 160 X 110 X 14

H= 16 см B= 11 см

d= 1,4 см F= 34,72 см²

J_x= 897,19 см⁴

J_y= 271,60 см⁴

J_{xy}= 282,00 см⁴

X_c= 2,43 см

Y_c= 5,4 см

Полоса 24 X 1,6

H= 24 см B= 1,6 см

F= 38,4 см²

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{24 \cdot 1,6^3}{12} = 8,192 \text{ см}^4$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{1,6 \cdot 24^3}{12} = 1843,2 \text{ см}^4$$

Швеллер 30

H= 30 см B= 10 см

F= 40,5 см²

J_x= 5810 см⁴

J_y= 327 см⁴

z= 2,52 см

Выбираем систему координат. Лучше всего начало координат помещать в центре тяжести швеллера
Расчет и будем производить при помощи таблицы. При расчетах учитываем, что швеллер и уголок повернуты относительно своего положения в сорimente

Фигура	X _c	Y _c	F	Fx _c	Fy _c	J _x	J _y	J _{xy}	a=y-y _c	b=x-x _c	Faa	Fbb	Fab
Швеллер	0	0	40,50	0	0	5810,00	327,00	0	-9,43	-0,78	3598,0294	24,877653	299,1831
Уголок	-7,92	13,37	34,72	-274,9824	464,2064	271,6	897,19	282,0	3,94	-8,70	540,20864	2630,2224	-1192,002
полоса	9,48	15,8	38,4	364,032	606,72	8,19	1843,2	0	6,37	8,70	1560,3505	2903,9914	2128,672
Сумма	X	X	113,6	89,0496	1070,9264	6089,79	3067,39	282	X	X	5698,5885	5559,0914	1235,9

$$X_c = -2,52 - 5,4 = -7,92 \text{ см}$$

$$y_c = \frac{30}{2} + \frac{1,6}{2} - 2,43 = 13,37 \text{ см}$$

$$X_c = -2,52 + \frac{24}{2} = 9,48 \text{ см}$$

$$y_c = \frac{30}{2} + \frac{1,6}{2} = 15,8 \text{ см}$$

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_{c_i} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{89,0496}{113,6} = 0,784 \text{ см}$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_{c_i} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{1070,9264}{113,6} = 9,426 \text{ см}$$

5,4

На расстоянии Y_c и X_c от осей x и y , соответственно, проводим центральные оси.

Теперь определяем центральные моменты инерции

$$I_{X_c} = \sum_{i=1}^n [I_{X_{c_i}} + a_i^2 F_i] = 6089,79 + 5698,5885 = 11788,38 \text{ см}^4$$

$$I_{Y_c} = \sum_{i=1}^n [I_{Y_{c_i}} + b_i^2 F_i] = 3067,39 + 5559,0914 = 8626,48 \text{ см}^4$$

$$I_{xy_c} = \sum_{i=1}^n [I_{xy_{c_i}} + a_i b_i F_i] = 282,00 + 1235,9 = 1517,85 \text{ см}^4$$

Находим положение главных осей

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x} = \frac{2 \cdot 1517,85}{8626,48 - 11788,38} = -0,960 \quad 2a = -43,86 \quad a = -21,93$$

$$\frac{J_x + J_y}{2} = \frac{11788,38 + 8626,48}{2} = 10207,431 \text{ см}^4$$

$$\sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + J_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{11788,38 - 8626,48}{4}\right)^2 + 1517,85^2} = 2191,6385 \text{ см}^4$$

$$J_u = 10207,431 + 2191,6385 = 12399,069 \text{ см}^4$$

$$J_v = 10207,431 - 2191,6385 = 8015,7924 \text{ см}^4$$

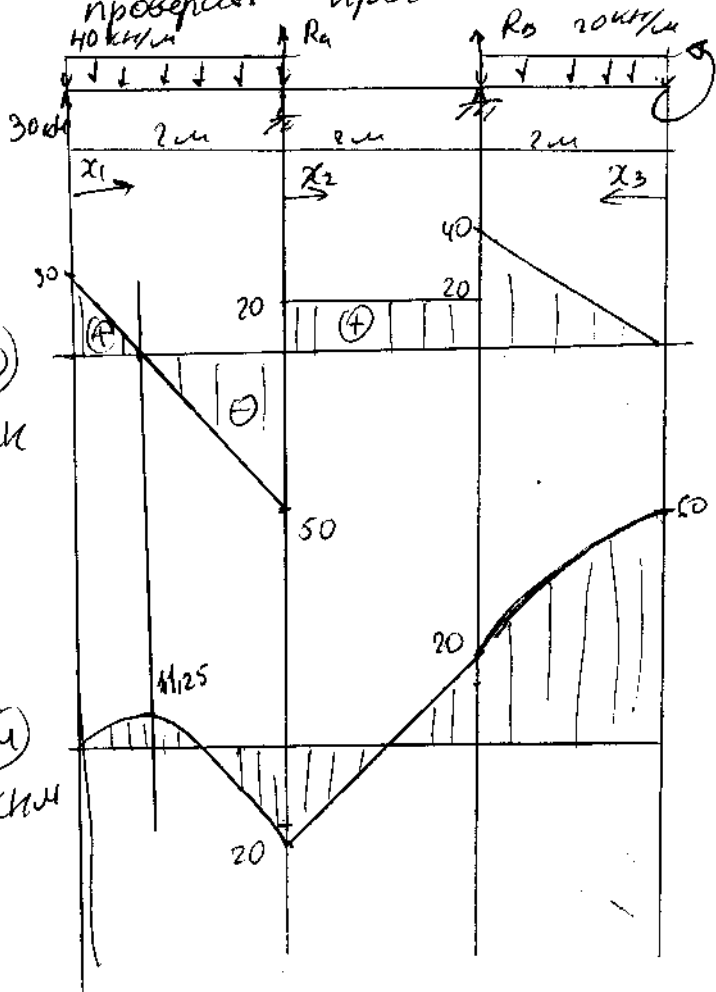
Выполним проверку

$$J_x + J_y = J_u + J_v$$

$$\begin{aligned} 11788,38 + 8626,48 &= 12399,07 + 8015,7924 \\ 20414,86 &= 20414,86 \end{aligned}$$

$$J_{uv} = J_{X_c Y_c} \cos(2a) + \frac{J_x - J_y}{2} \sin(2a) = 1517,85 \cdot 0,721 - \frac{11788,38 - 8626,48}{2} \cdot 0,69 = 0$$

Для заданной системы балки определить опорные реакции, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать двутавровые поперечные сечения из условия прочности, проверить прочность балки в условиях касательных напряжений.



Определим реакции опор

$$\sum R_z = 0$$

$$\sum M_A = 0:$$

$$R_B = \frac{20 \cdot 2 \cdot (\frac{2}{2} + 2) + 30 \cdot 2 - 40 \cdot \frac{2^2}{2} - 60}{2} = 20 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A = \frac{40 \cdot 2 \cdot (\frac{2}{2} + 2) - 30 \cdot 4 - 20 \cdot \frac{2^2}{2} + 60}{2} = 70 \text{ кН}$$

Проверим

$$30 + 20 + 70 = 40 \cdot 2 + 20 \cdot 2$$

$$\underline{120 = 120}$$

Сделаем эпюры.

I участок $0 \leq x \leq 2 \text{ м}$

$$Q(x) = 30 - 40x$$

$$M(x) = 30x - 40 \frac{x^2}{2}$$

$$x=0; Q=30 \text{ кН } M=0 \text{ кНм}$$

$$x=2; Q=-50 \text{ кН } M=-20 \text{ кНм}$$

Эпюра Q пересекает ось

$$30 - 40x = 0;$$

$$x = \frac{30}{40} = 0,75 \text{ м}$$

$$M(0,75) = 30 \cdot 0,75 - 40 \cdot \frac{0,75^2}{2} = 11,25 \text{ кНм}$$

II участок $0 \leq x \leq 2 \text{ м}$

$$Q(x) = 30 - 40 \cdot 2 + 70 = 20 \text{ кН}$$

$$M(x) = 30 \cdot (2+x) - 40 \cdot 2 \cdot (\frac{2}{2} + x) + R_B \cdot x$$

$$x=0; M=-20 \text{ кНм}$$

$$x=2 \text{ м } M=20 \text{ кНм}$$

III участок $0 \leq x \leq 2 \text{ м}$

$$Q(x) = 20x; M = 60 - 20 \frac{x^2}{2}$$

$$x=0 \quad Q=0 \quad M=60 \text{ кНм}$$

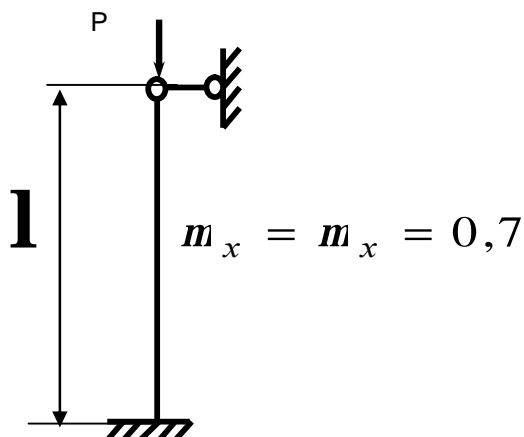
$$x=2 \text{ м } Q=40 \text{ кН } M = 60 - 20 \cdot \frac{2^2}{2} = +20 \text{ кНм}$$

Из условия

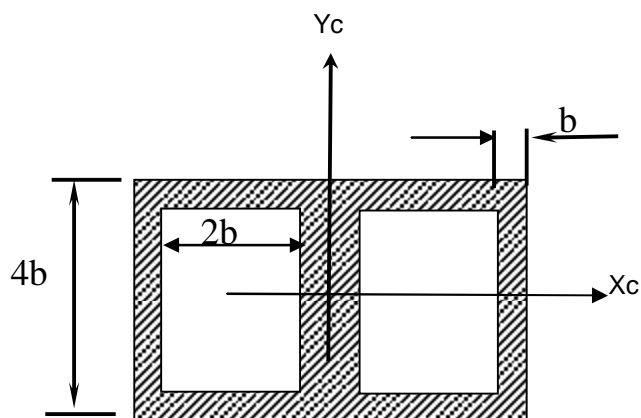
$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{160} \cdot 10^6 = 375 \text{ см}^3$$

Для заданной стойки из условия устойчивости подобрать сечение. Основное допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma]=160\text{МПа}$, материал стойки Ст.3

$$P = 400 \text{ кН} \quad l = 5,2 \text{ м}$$



Определим геометрические характеристики сечения, как функцию b



$$F_1 = 7b \cdot 4b = 28b^2;$$

$$F_2 = -2b \cdot 2b = -4b^2;$$

$$J_{x1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{7b \cdot (4b)^3}{12} = 37,33b^4;$$

$$J_{y1} = \frac{b^3h}{12} = \frac{(7b)^3 \cdot 4b}{12} = 114,33b^4;$$

$$J_{x2} = J_{y2} = -\frac{2b(2b)^4}{12} = -1,33b^4;$$

Найдем характеристики всего сечения

$$F = 28b^2 - 2 \cdot 4b^2 = 20b^2;$$

$$J_x = 37,33b^4 - 2 \cdot 1,33b^4 = 34,66b^4;$$

$$J_y = 114,33b^4 - 2 \cdot (1,33b^4 + (1,5b)^2 \cdot 4b^2) = 93,67b^4;$$

Радиусы инерции равны

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{34,66b^4}{20b^2}} = 1,32b; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{93,67b^4}{20b^2}} = 2,16b;$$

$$l_x = \frac{m_x l}{i_x} = \frac{0,7 \cdot l}{1,32b} = \frac{l}{1,89b};$$

$$l_y = \frac{m_y l}{i_y} = \frac{0,7 \cdot l}{2,16b} = \frac{l}{3,09b};$$

Так как $\lambda_x > \lambda_y$, то стойка быстрее потеряет устойчивость в плоскости ZY. Следовательно,

дальнейший подбор сечения ведем по λ_x

Подбор сечений производим из условия устойчивости

$$S = \frac{P}{jF} \leq [S]$$

Так как φ изменяется от 0 до 1, то принимаем: $\varphi = 0,5$.

$$F = \frac{P}{j_1 [S]} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 160} \cdot 10^4 = 50 \text{ см}^2$$

Параметр b

$$b = \sqrt{\frac{F}{20}} = \sqrt{\frac{50}{20}} = 1,5811 \text{ см}$$

$$I_x = \frac{I}{1,89b} = \frac{520}{1,89 \cdot 1,581} = 174,01$$

$$\varphi_2 = 0,245 \quad j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{0,245 + 0,5}{2} = 0,373$$

$$F = \frac{P}{j_1 [S]} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{0,373 \cdot 160} \cdot 10^4 = 67,114 \text{ см}^2$$

Параметр b

$$b = \sqrt{\frac{F}{20}} = \sqrt{\frac{67,114}{20}} = 1,8319 \text{ см}$$

$$I_x = \frac{I}{1,89b} = \frac{520}{1,89 \cdot 1,832} = 150,19$$

$$\varphi_2 = 0,317 \quad j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{0,317 + 0,373}{2} = 0,345$$

$$F = \frac{P}{j_1 [S]} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{0,345 \cdot 160} \cdot 10^4 = 72,516 \text{ см}^2$$

Параметр b

$$b = \sqrt{\frac{F}{20}} = \sqrt{\frac{72,516}{20}} = 1,9042 \text{ см}$$

$$I_x = \frac{I}{1,89b} = \frac{520}{1,89 \cdot 1,904} = 144,49$$

$$\varphi_2 = 0,340 \quad j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{0,34 + 0,345}{2} = 0,342$$

$$F = \frac{P}{j_1 [S]} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{0,342 \cdot 160} \cdot 10^4 = 73,019 \text{ см}^2$$

Параметр b

$$b = \sqrt{\frac{F}{20}} = \sqrt{\frac{73,019}{20}} = 1,9108 \text{ см}$$

$$I_x = \frac{I}{\dots} =$$

$$I_x = \frac{\mathbf{l}}{1,89b} = \frac{520}{1,89 \cdot 1,911} = 143,99$$

$$\varphi_2 = 0,344 \quad \mathbf{j}_1 = \frac{\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2}{2} = \frac{0,344 + 0,342}{2} = 0,343$$

$$F = \frac{P}{\mathbf{j}_1 [\mathbf{s}]} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{0,343 \cdot 160} \cdot 10^4 = 72,846 \text{ см}^2$$

Параметр b

$$b = \sqrt{\frac{F}{20}} = \sqrt{\frac{72,846}{20}} = 1,9085 \text{ см}$$

$$I_x = \frac{\mathbf{l}}{1,89b} = \frac{520}{1,89 \cdot 1,908} = 144,16$$

$$\varphi_2 = 0,340$$

$$S = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{0,340 \cdot 20 \cdot 1,9085^2 \cdot 10^{-4}} = 161,5 \text{ МПа}$$