

С3

Определение усилий в стержнях плоской фермы способом Ритера

Найти способом Риттера усилия в стержнях 1, 2, 3, 4, 5 фермы.

$P_1=10\text{кН}$; $P_2=10\text{кН}$; $P_3=20\text{кН}$; $P_4=30\text{кН}$;

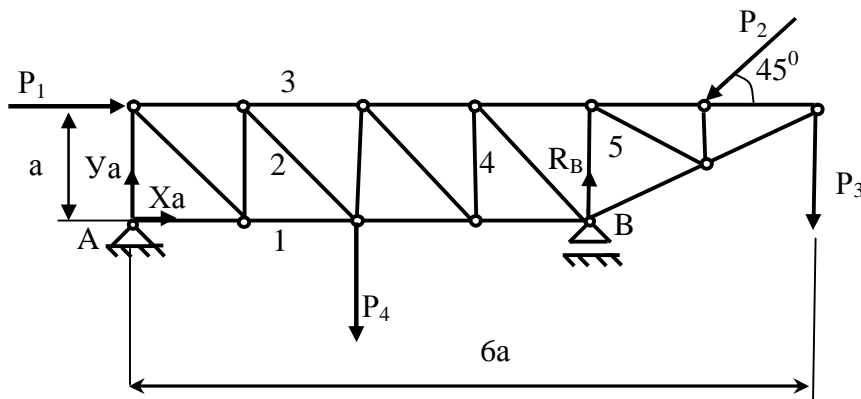
Решение

Аналитическое определение реакций опор.

Рассмотрим систему уравнивающих сил, приложенных к ферме.

Отбросим связи (опоры А и В), заменяя их действие на ферму реакциями.

Реакцию опоры А разложим на составляющие X_a и Y_a , направленные вдоль осей координат. Реакцию шарнира В направляем вверх по оси опорного стержня 5.



Силу P_2 разложим на две составляющие P_x и P_y , имеющие модули $P_x=P_2 \cdot \cos 45^\circ$ и $P_y=P_2 \cdot \sin 45^\circ$.

Определяем модули сил

$$P_x=P_2 \cdot \cos 45^\circ = 7,09 \text{ кН}$$

$$P_y=P_2 \cdot \sin 45^\circ = 7,09 \text{ кН}$$

Для плоской системы сил, приложенных к ферме, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum M_A = 0; -P_1 a + P_x a - P_y 5a - P_3 6a - P_4 2a + R_B 5a = 0$$

$$\sum X_i = 0; X_a + P_1 - P_x = 0;$$

$$\sum Y_i = 0; Y_a - P_4 + R_B - P_3 - P_y = 0;$$

Из уравнения (1)

$$R_B = \frac{P_1 a - P_x a + P_y 5a + P_3 6a + P_4 2a}{5a} =$$

$$= \frac{10a - 7,09a + 7,09 \cdot 5a + 20 \cdot 6a + 30 \cdot 2a}{5a} = 43,672 \text{ кН}$$

Из уравнения (2)

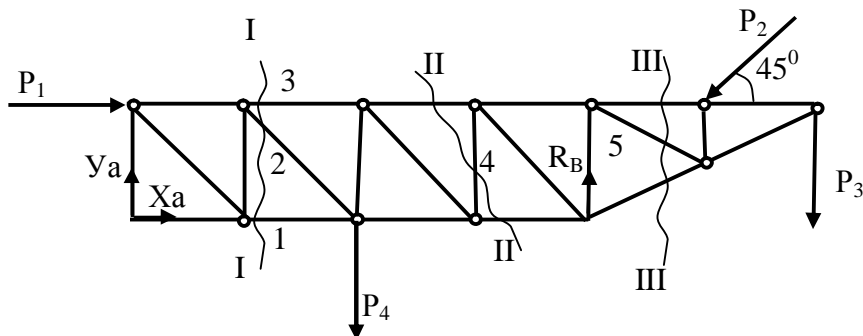
$$X_a = -P_1 + P_x = -10 + 7,09 = -2,91 \text{ кН}$$

Из уравнения (3)

$$Y_a = P_4 - R_B + P_3 + P_y = 30 - 43,672 + 20 + 7,09 = 13,418 \text{ кН}$$

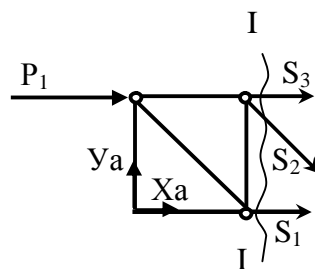
2. *Определение усилий в стержнях ферм.* Определим усилия в пяти стержнях фермы способом Риттера.

Для определения усилий в стержнях 1, 2, 3 делаем разрез I-I и рассматриваем равновесие сил, приложенных к одной части фермы.



Целесообразно рассматривать равновесие той части фермы, для которой объем вычислительной работы меньше.

Условно предполагаем все стержни растянутыми. Знак минус в ответе укажет на то, что стержень сжат.



Для определения S_1 составляем уравнение моментов относительно точки пересечения линии действия S_2 и S_3 .

$$\sum M_i = 0; S_1 a + X_a a - Y_a a = 0;$$

$$S_1 = \frac{-X_a a + Y_a a}{a} = 2,91 + 13,418 = 26,328 \text{ кН};$$

Для определения S_2 проектируем силы на ось Ay :

$$\sum Y_i = 0; Y_a - S_2 \cos 45^\circ = 0;$$

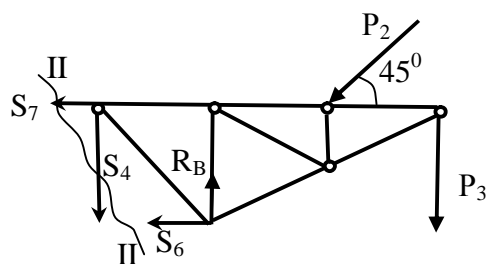
$$S_2 = \frac{Y_a}{\cos 45^\circ} = \frac{13,418}{\cos 45^\circ} = 18,9 \text{ кН};$$

Для определения S_3 проектируем силы на ось Ax :

$$\sum X_i = 0; X_a + P_1 + S_1 + S_2 \sin 45^\circ + S_3 = 0;$$

$$S_3 = -X_a - P_1 - S_1 - S_2 \sin 45^\circ = 2,91 - 10 - 26,328 - 18,9 \cdot \sin 45^\circ = -46,836 \text{ кН}$$

Для определения усилия S_4 , делаем разрез II - II и рассматриваем равновесие сил, приложенных к правой части фермы.



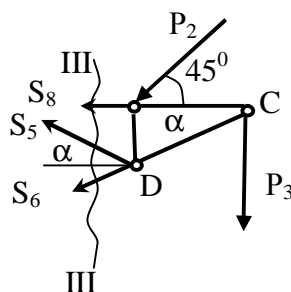
Составляем уравнение

$$\sum Y_i = 0; -P_y - P_3 - S_4 = 0;$$

Отсюда

$$S_4 = -P_y - P_3 = -7,09 - 20 = -27,09 \text{ кН}$$

Для определения усилия S_5 , делаем разрез III - III и рассматриваем равновесие сил, приложенных к правой части фермы.



Составляем уравнение

$$\sum M_i = 0; -S_5 \cos a \cdot (CD \cdot \cos a) - S_5 \sin a \cdot a + P_y a = 0;$$

$$\text{Где } CD = \sqrt{a^2 + (0,5a)^2} = a\sqrt{1,25};$$

$$\cos a = \frac{a}{a\sqrt{1,25}} = 0,894$$

$$\sin a = \frac{0,5a}{a\sqrt{1,25}} = 0,447$$

Отсюда

$$S_5 = \frac{P_y a}{\cos a \cdot (CD \cdot \cos a) + \sin a \cdot a} = \frac{7,09a}{0,894 \cdot (a\sqrt{1,25} \cdot 0,894) + 0,447a} = 5,29 \text{ кН}$$