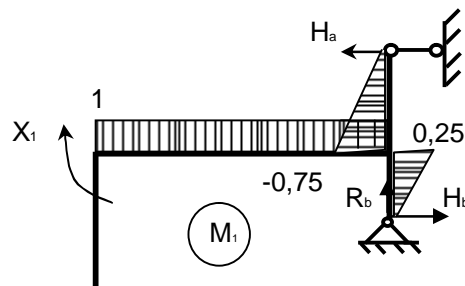
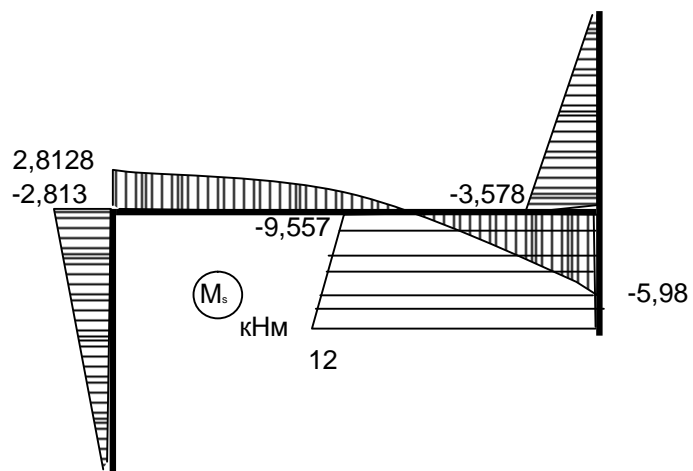
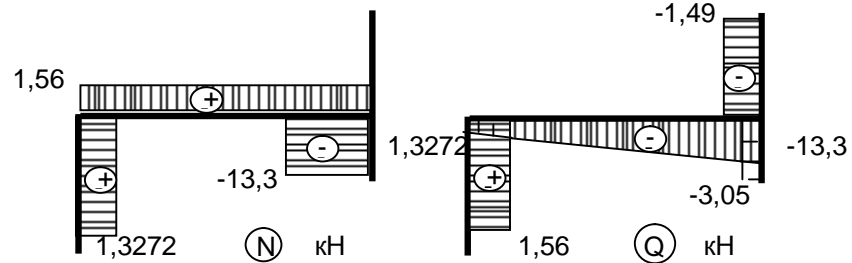
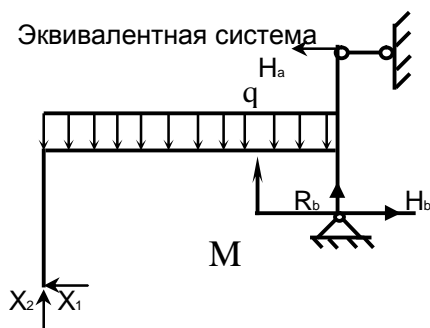
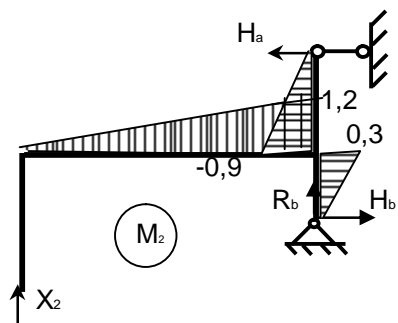
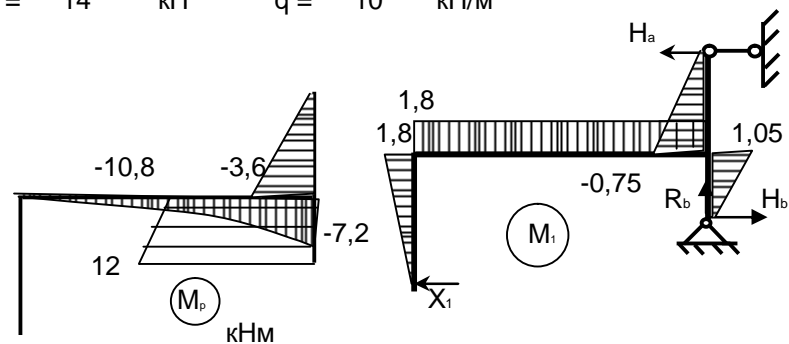
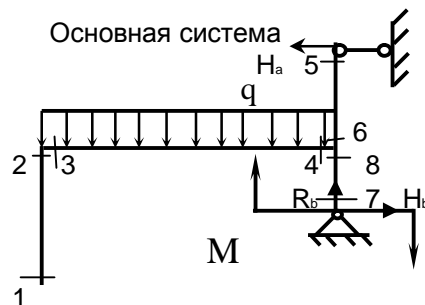
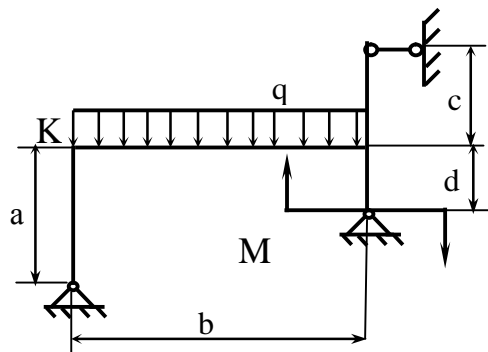


Разкрыть статическую неопределенность рамы, построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов. Подобрать

двухтавровое поперечное сечение, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Определить угол поворота узла К.

$a = 1,8 \text{ м}$ $b = 1,2 \text{ м}$ $c = 2,4 \text{ м}$ $d = 0,8 \text{ м}$ $M = 12 \text{ кНм}$ $P = 14 \text{ кН}$ $q = 10 \text{ кН/м}$



Анализируем заданную систему. В ней неизвестных реакций пять, а уравнений равновесия можно составить только три. Значит данная система два раза статически неопределимая. Отбросив две связи, получаем основную систему, к которой прикладываем заданную нагрузку.

$$H_a = \frac{12 \cdot 2,4 - 10 \cdot 0,8}{2,4 + 0,8} = 1,5 \text{ кН} \quad \begin{aligned} M_1 &= 0 & M_4 &= -10 \cdot 1,2 \cdot 0,6 = -7,2 \text{ кНм} \\ M_6 &= -1,5 \cdot 2,4 = -3,6 \text{ кНм} \\ M_8 &= -7,2 - 3,6 = -10,8 \text{ кНм} \end{aligned}$$

После чего снимаем заданную нагрузку, прикладываем поочередно $X_1=1$, $X_2=1$, и от них строим эпюры изгибающих моментов

$$\begin{aligned} H_a &= \frac{1,8 \cdot 2,4 - 0,8 \cdot 0,8}{2,4 + 0,8} = 0,3125 & \begin{aligned} M_6 &= -0,313 \cdot 2,4 = -0,75 \\ M_8 &= 1,8 - 0,75 = 1,05 \end{aligned} \\ H_a &= \frac{1,2 \cdot 2,4 - 0,8 \cdot 0,8}{2,4 + 0,8} = 0,375 & \begin{aligned} M_6 &= -0,375 \cdot 2,4 = -0,9 \\ M_8 &= 1,2 - 0,9 = 0,3 \end{aligned} \end{aligned}$$

«Перемножая» эпюры M_p, M_1 и M_2 , определяем коэффициенты канонического уравнения.

$$\begin{aligned} EJ\Delta_{1p} &= \frac{1,2}{6} (2 \cdot (-7,20) \cdot 1,80 - 7,2 \cdot 1,80) + \frac{10 \cdot 1,2^3}{24} (1,80 + 1,80) + \frac{2,4}{6} (2 \cdot 3,60 \cdot 0,75) - \\ &- \frac{0,8}{6} (2 \cdot 10,80 \cdot 1,05 + 12 \cdot 1,05) = -7,728 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EJ\Delta_{2p} &= \frac{1,2}{6} (2 \cdot (-7,20) \cdot 1,20) + \frac{10 \cdot 1,2^3}{24} (1,20 + 0) + \frac{2,4}{6} (2 \cdot 3,60 \cdot 0,90) - \\ &- \frac{0,8}{6} (2 \cdot 10,80 \cdot 0,30 + 12 \cdot 0,30) = -1,344 \end{aligned}$$

$$EJ\delta_{11} = \frac{1,8}{6} (2 \cdot 1,80 \cdot 1,80) + \frac{1,2}{6} (6 \cdot 1,80 \cdot 1,80) + \frac{2,4}{6} (2 \cdot 0,75 \cdot 0,75) + \frac{0,8}{6} (2 \cdot 1,05 \cdot 1,05) = 6,576$$

$$EJ\delta_{22} = \frac{1,2}{6} (2 \cdot 1,20 \cdot 1,20) + \frac{2,4}{6} (2 \cdot 0,90 \cdot 0,90) + \frac{0,8}{6} (2 \cdot 0,30 \cdot 0,30) = 1,248$$

$$EJ\delta_{12} = \frac{1,2}{6} (2 \cdot 1,80 \cdot 1,20 + 1,80 \cdot 1,20) + \frac{2,4}{6} (2 \cdot 0,75 \cdot 0,90) + \frac{0,8}{6} (2 \cdot 1,05 \cdot 0,30) = 1,92$$

Составляем канонические уравнения

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} 6,576 X_1 + 1,92 X_2 &= 7,728 \\ 1,92 X_1 + 1,248 X_2 &= 1,344 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} X_1 &= 1,1751825 - 0,2919708 X_2 \\ 1,92 (1,1751825 - 0,2919708 X_2) + 1,248 X_2 &= 1,344 \\ 0,6874161 X_2 &= -0,91235 \quad X_2 = -1,327 \text{ кН} \\ X_1 &= 1,1751825 - 0,2919708 (-1,327) = 1,56 \text{ кН} \end{aligned} \end{aligned}$$

К основной системе прикладываем заданную нагрузку и найденные неизвестные X_1, X_2

От них определяем реакции опор и строим эпюры N, Q, M .

$$H_a = \frac{12 \cdot 2,4 - 10 \cdot 0,8 + 1,56 \cdot 1,00 - 1,327 \cdot 1,2}{2,4 + 0,8} = 1,4906 \text{ кН} \quad R_b = 10 \cdot 1,2 + 1,3272 = 13,327 \text{ кН}$$

$$H_b = 1,4906 + 1,56 = 3,05 \text{ кН}$$

$$\begin{aligned}
N_1=N_2=-X_2 &= 1,3272 \text{ кН} & N_3=N_4=X_1 &= 1,56 \text{ кН} & N_7=N_8=-R_b &= -13,3 \text{ кН} \\
Q_1=Q_2=X_1 &= 1,56 \text{ кН} & Q_3=X_2 &= -1,33 \text{ кН} & Q_4=X_2-qb &= -13,33 \text{ кН} & Q_5=Q_6 &= -1,49 \text{ кН} & Q_7=Q_8 &= -3,05 \text{ кН} \\
M_2 &= -1,56 \cdot 1,8 = -2,813 \text{ кНм} & M_3 &= -M_2 & M_4 &= 2,8128 + (-1,327) \cdot 1,2 - 10 \cdot 1,2 \cdot 0,6 = -5,98 \text{ кНм} \\
M_6 &= -1,491 \cdot 2,4 = -3,578 \text{ кНм} & M_8 &= -12 + 3,05 \cdot 0,8 = -9,557 \text{ кНм}
\end{aligned}$$

Выполняем деформационную проверку. Она состоит в том, что при «перемножении» эпюры M_s на M_1 и M_2 должен получиться ноль.

$$\begin{aligned}
EJ\Delta_{1s} &= \frac{1,8}{6} (2 \cdot 2,8128 \cdot 1,8) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot 2,81 \cdot 1,80 - 2 \cdot 5,9798 \cdot 1,80 + 2,81 \cdot 1,80 - 5,98 \cdot 1,80) + \\
&+ \frac{10 \cdot 1,2^3}{24} (1,80 + 1,80) + \frac{2,4}{6} (2 \cdot 3,5775 \cdot 0,75) - \frac{0,8}{6} (2 \cdot 9,6 \cdot 1,05 + 12 \cdot 1,05) = 3,0379 - 3,420 + 2,592 + \\
&+ 2,1465 - 4,356 = 0,000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EJ\Delta_{2s} &= \frac{1,2}{6} (2(-5,98) \cdot 1,20 + 2,81 \cdot 1,20) + \frac{10 \cdot 1,2^3}{24} (1,20 + 0) + \frac{2,4}{6} (2 \cdot 3,58 \cdot 0,90) - \\
&- \frac{0,8}{6} (2 \cdot 9,6 \cdot 0,30 + 12 \cdot 0,30) = -2,195 + 0,864 + 2,5758 - 1,244587 = 0,000
\end{aligned}$$

Из эпюры изгибающих моментов находим опасное сечение, $M_{\max} = 9,56 \text{ кНм}$

Из условия прочности находим необходимый момент сопротивления сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_o} \leq [\sigma] \quad W_o \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \cdot 10^3 = \frac{9,56}{180} \cdot 1000 = 53,1 \text{ см}^3$$

По таблице сортамента подбираем двутавр № 12 $W_x = 58,4 \text{ см}^3$ $J_x = 350 \text{ см}^4$

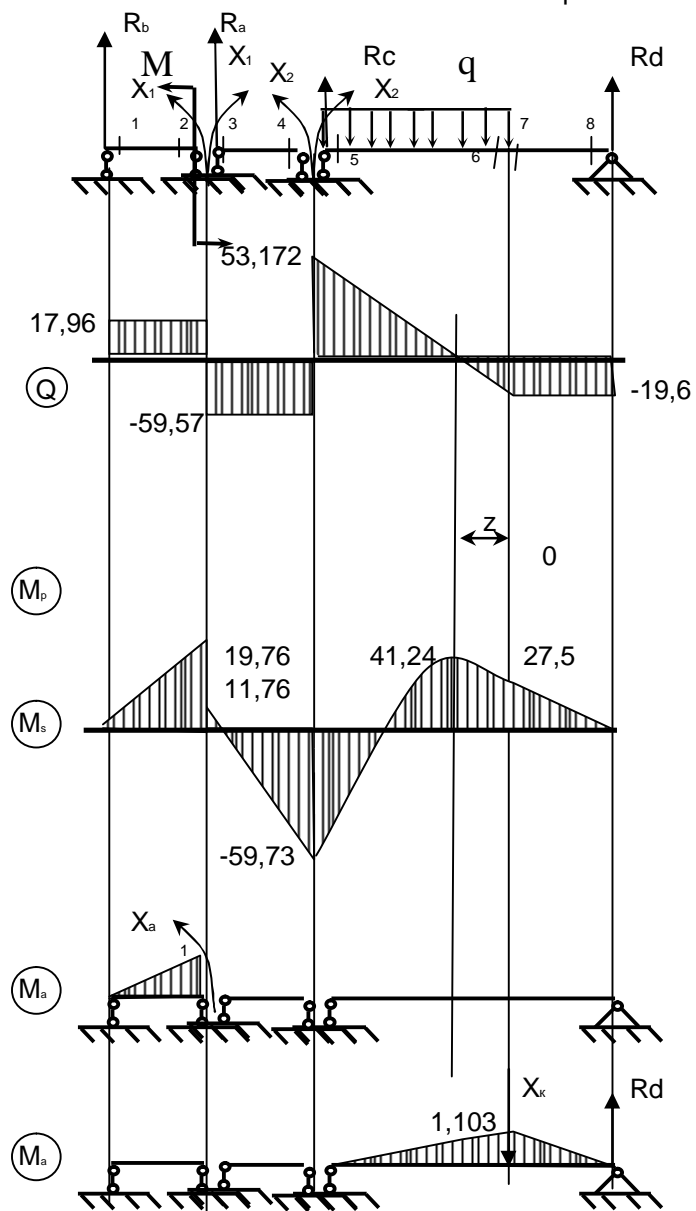
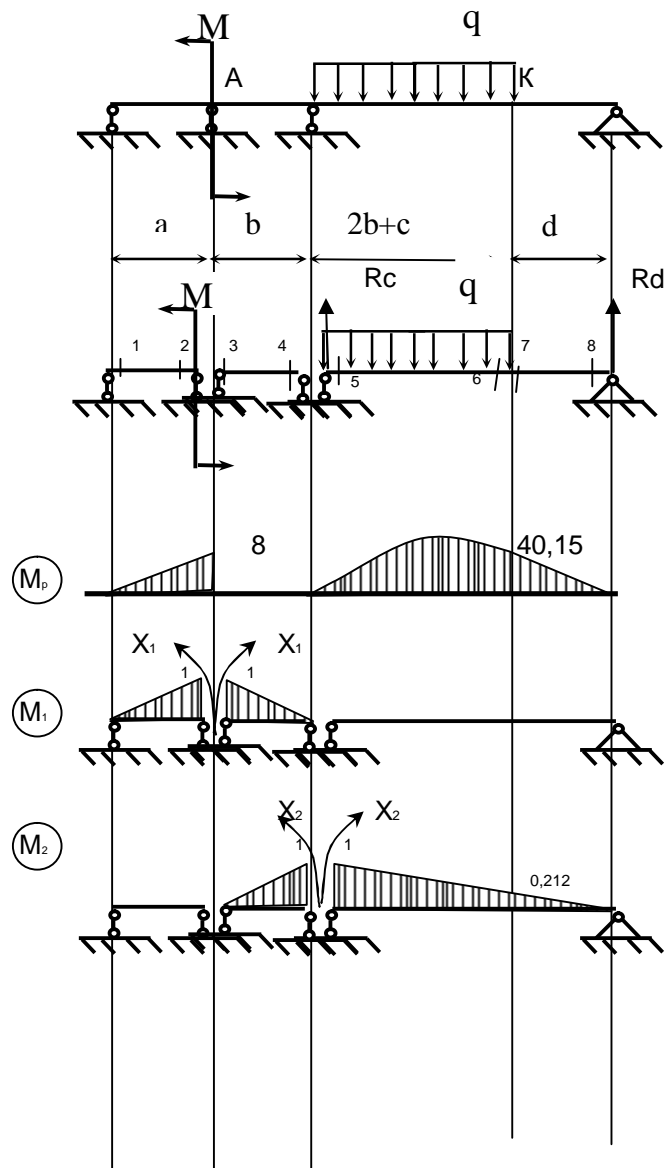
В сечении К прикладываем единичный момент, от него строим эпюру изгибающих моментов, которую «перемножаем» на эпюру M_s

$$H_a = \frac{1}{2,4 + 0,8} = 0,3125 \quad \begin{aligned} M_6 &= -0,313 \cdot 2,4 = -0,75 \\ M_8 &= 1 \cdot -0,75 = -0,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_k &= \frac{1000}{EJ_x} \left[\frac{1,2}{6} (2 \cdot 2,81 \cdot 1,00 - 2 \cdot 5,9798 \cdot 1,00 + 2,81 \cdot 1,00 - 5,98 \cdot 1,00) + \frac{10 \cdot 1,2^3}{24} (1,00 + 1,00) + \right. \\
&+ \frac{2,4}{6} (2 \cdot 3,5775 \cdot 0,75) - \frac{0,8}{6} (2 \cdot 9,6 \cdot 0,25 + 12 \cdot 0,25) \left. \right] = \frac{1000}{EJ_x} (-1,900 + 1,44 + 2,1465 - 1,037) = \frac{1000}{EJ_x} 0,649 = \\
&= 9,273919 \cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

Для неразрезной балки раскрыть статическую неопределенность, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Подобрать двутавровое поперечное сечение, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Определить угол поворота узла А и перемещение точки К.

$a = 1,1 \text{ м}$ $b = 1,2 \text{ м}$ $c = 2,8 \text{ м}$ $d = 1,4 \text{ м}$ $M = 8 \text{ кНм}$ $P = 4 \text{ кН}$ $q = 14 \text{ кН/м}$



Анализируем заданную систему. В ней неизвестных реакций пять, а уравнений равновесия можно составить только три. Значит данная система два раза статически неопределимая. Отбросив две связи, получаем основную систему, к которой прикладываем заданную нагрузку

$$R_d = \frac{14}{2} \frac{5,2 \cdot 2,6}{1,2 + 2,8 + 1,4} = 28,679 \text{ кН} \quad M_b = 28,679 \cdot 1,4 = 40,15 \text{ кНм}$$

После чего снимаем заданную нагрузку, прикладываем поочередно $X_1=1$, $X_2=1$, и от них строим эпюры изгибающих моментов

«Перемножая» эпюры M_p , M_1 и M_2 , определяем коэффициенты канонического уравнения.

$$EJ\Delta_{1p} = \frac{1,1}{6} (2 \cdot 8,00 \cdot 1,00) = 2,9333$$

$$EJ\Delta_{2p} = \frac{5,2}{6} (2 \cdot 40,15 \cdot 0,212 + 40,15) + \frac{14 \cdot 5,2}{24} (0,212 + 1) + \frac{1,4}{6} (2 \cdot 40,15 \cdot 0,21) = 152,95354$$

$$EJ\delta_{11} = \frac{1,1}{6} (2 \cdot 1,00 \cdot 1,00) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot 1,00 \cdot 1,00) = 0,7666667$$

$$EJ\delta_{22} = \frac{6,6}{6} (2 \cdot 1,00 \cdot 1,00) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot 1,00 \cdot 1,00) = 2,6$$

$$EJ\delta_{12} = \frac{1,2}{6} (1,00 \cdot 1,00) = 0,2$$

Составляем канонические уравнения

$$\left. \begin{aligned} 0,7666667 X_1 + 0,2 X_2 &= -2,933333 \\ 0,2 X_1 + 2,6 X_2 &= -152,9535 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} X_1 &= -3,826087 - 0,2608696 X_2 \\ 2,5478261 X_2 &= -152,1883 \quad X_2 = -59,73 \text{ кН} \\ X_1 &= -3,826087 - 0,2608696 (-59,73) = 11,76 \text{ кН} \end{aligned}$$

К основной системе прикладываем заданную нагрузку и найденные неизвестные X_1, X_2

От них определяем реакции опор и строим эпюры Q, M_s

$$R_b = \frac{8}{1,1} \frac{11,76}{1,1} = 17,96 \text{ кН} \quad R_a = \frac{-11,8}{1,2} \frac{-59,7}{1,2} = -59,57 \text{ кН}$$

$$R_d = \frac{14}{2} \frac{5,2 \cdot 2,6}{1,2 + 2,8 + 1,4} - \frac{59,73}{1,4} = 19,628 \text{ кН}$$

$$Q_1 = Q_2 = R_b = 17,96 \text{ кН} \quad Q_3 = Q_4 = R_a = -59,57 \text{ кН} \quad Q_6 = Q_7 = Q_8 = -R_d = -19,6 \text{ кН} \quad Q_5 = Q_6 + q(2b+c) = -19,6 + 14 \cdot 5,2 = 53,172 \text{ кН}$$

$$z = \frac{19,628}{14} = 1,402 \text{ м}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= 11,76 + 8,00 = 19,76 \text{ кНм} & M_3 &= X_1 & M_4 &= M_5 = X_2 \\ M_6 &= 19,628 \cdot 1,4 = 27,5 \text{ кНм} \end{aligned}$$

$$M_{\text{св}} = 19,628 (1,4 + 1,402) - 14 \cdot 1,402 \cdot 0,701 = 41,24 \text{ кНм}$$

Выполняем деформационную проверку. Она состоит в том, что при «перемножении» эпюры M_s на M_1 и M_2 должен получиться ноль.

$$EJ\Delta_{1s} = \frac{1,1}{6} (2 \cdot 19,76 \cdot 1) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot 11,76 \cdot 1,00 - 59,733 \cdot 1,00) = 7,244 - 7,24 = 0,000$$

$$EJ\Delta_{2s} = - \frac{1,2}{6} (2 \cdot 59,73 \cdot 1,00 - 11,76 \cdot 1,00) - \frac{5,2}{6} (2 \cdot 59,73 \cdot 1,00 - 2 \cdot 27,5 \cdot 0,21 + 59,73 \cdot 0,21 - 27,48 \cdot 1,00) +$$

$$+ \frac{14 \cdot 5,2}{24} (0,21 + 1) + \frac{1,4}{6} (2 \cdot 27,48 \cdot 0,21) = -21,54 - 80,6 + 99,42 + 2,7202 = 0,000$$

Из эпюры изгибающих моментов находим опасное сечение, $M_{\text{max}} = 152,954 \text{ кНм}$

Из условия прочности находим необходимый момент сопротивления сечения

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_o} \leq [\sigma] \quad W_o \geq \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} \cdot 10^3 = \frac{152,95}{180} 1000 = 849,7 \text{ см}^3$$

По таблице сортамента подбираем двутавр № 40 $W_x = 953 \text{ см}^3$ $J_x = 19062 \text{ см}^4$

В сечении А прикладываем единичный момент, от него строим эпюру изгибающих моментов, которую «перемножаем» на эпюру M_s

$$EJ\Delta_{as} = \frac{1,1}{6} (2 \cdot 19,76 \cdot 1) = 7,244 \quad \theta_a = \frac{1000}{EJ_x} 7,244 = 0,000190$$

В сечении К прикладываем единичную силу, от нее строим эпюру изгибающих моментов, которую «перемножаем» на эпюру M_s

$$R_d = \frac{5,2}{2 \cdot 1,2 + 2,8 + 1,4} = 0,7879 \quad M_e = 0,7879 \cdot 1,4 = 1,103$$

$$EJ\Delta_{2s} = \frac{5,2}{6} (2 \cdot 27,48 \cdot 1,10 - 59,7 \cdot 1,10) + \frac{14 \cdot 5,2}{24} (1,10 + 0) + \frac{1,4}{6} (2 \cdot 27,48 \cdot 1,10) = -4,563 +$$

$$+ 90,472 + 14,145 = 100,05424 \quad \delta_a = \frac{1000}{EJ_x} 100,05424 = 0,002624 \text{ м}$$