

ЗАДАЧА 1

Для стальной балки подобрать размеры двутаврового, круглого и прямоугольного (соотношение сторон $h : b = 2$) сечений, выбрать оптимальный вариант и произвести полную проверку на прочность по четвертой теории прочности

$$\begin{aligned} a &= 1,3 \text{ м} & M &= 14 \text{ кНм} \\ b &= 4,0 \text{ м} & P &= 5,0 \text{ кН} \\ c &= 2,2 \text{ м} & q &= 5,0 \text{ кН/м} & [S] &= 150 \text{ МПа} \end{aligned}$$

вариант	1	4	5
---------	---	---	---

1. Из условий равновесия определяем реакции опор

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 & \quad R_A(a+b) + qc\left(\frac{c}{2}\right) - M - P(b) = 0 \\ R_A &= \frac{-qc\left(\frac{c}{2}\right) + M + P(b)}{a+b} = \frac{-5,0 \cdot 2,2 \cdot 1,1 + 14 + 5 \cdot 4,0}{5,3} = 4,13 \\ \sum M_A = 0 & \quad R_B(a+b) - qc\left(a+b+\frac{c}{2}\right) + M - P(a) = 0 \\ R_B &= \frac{qc\left(a+b+\frac{c}{2}\right) - M + P(a)}{a+b} = \frac{-5,0 \cdot 2,2 \cdot 6,4 - 14 + 5 \cdot 1,3}{5,3} = 11,87 \end{aligned}$$

$$\text{Проверка: } \sum P_y = 0; \quad R_A - q \cdot c - P + R_B = 0;$$

$$4,13 - 5,0 \cdot 2,2 - 5 + 11,87 = 0$$

$$Q_1 = Q_2 = R_A = 4,13 \text{ кН} \quad Q_3 = Q_4 = Q_2 - P = 4,13 - 5 = -0,87 \text{ кН}$$

$$Q_5 = Q_4 + R_B = -0,87 + 11,87 = 11,00 \text{ кН} \quad Q_6 = 0$$

$$M_1 = 0 \quad M_2 = R_A a = 4,13 \cdot 1,3 = 5,3717 \text{ кНм}$$

$$M_3 = M_2 \quad M_4 = R_A(a+b) - Pb = 4,13 \cdot 5,3 - 5 \cdot 4,0 = 1,9 \text{ кНм}$$

$$M_5 = M_4 - M = 1,9 - 14 = -12,1 \text{ кНм} \quad M_6 = 0$$

Из эпюры изгибающих моментов находим максимальный по модулю изгибающий момент

$$M_{\max} = 12,10 \text{ кН}$$

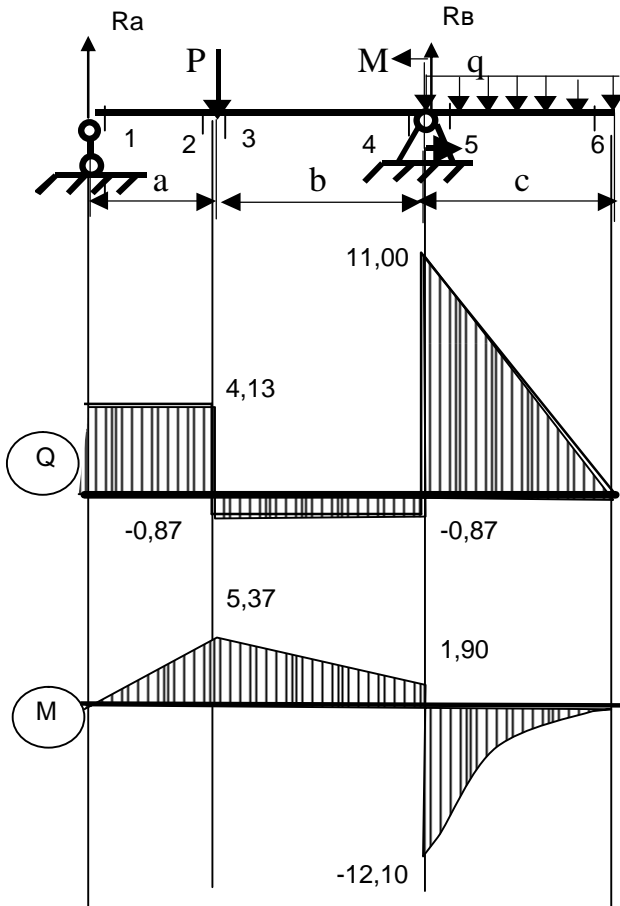
Из условия прочности определяем необходимый осевой момент сопротивления сечения

$$W_X = \frac{M_{\max}}{[S]} = \frac{12,10}{150} \cdot 1000 = 80,67 \text{ см}^3$$

4 Переходим к подбору сечений:

а) Двутавровое сечение.

По таблице сортамента подбираем необходимый номер двутавра (немного больший или равный полученному).



ЗАДАЧА 1

Принимаем двутавр № 14

$$H = 14 \text{ см} \quad B = 7,3 \text{ см} \quad d = 0,49 \text{ см}$$

$$t = 0,75 \text{ см} \quad F = 17,4 \text{ см}^2$$

$$J_x = 572 \text{ см}^4$$

$$W_x = 81,7 \text{ см}^3 \quad S_x = 46,8 \text{ см}^3$$

б) Круглое сечение

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = 0,1 d^3$$

откуда

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{80,67}{0,1}} = 9,3 \text{ см}$$

$$\text{Принимаем } d = 95 \text{ мм}$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 70,85 \text{ см}^2$$

в) Прямоугольное сечение

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3$$

(здесь принято $h = 2b$).

$$b = \sqrt[3]{\frac{W_x \cdot 3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{80,67}{2}} = 4,95 \text{ см}$$

$$F = bh = 2b \cdot b = 48,93 \text{ см}^2$$

Сопоставляя три типа сечений – двутавровое, круглое и прямоугольное, видим, что наиболее рациональным есть двутавровое, т.к. его площадь наименьшая.

Определяем максимальные, нормальные напряжения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{12,1}{81,7} \cdot 1000 = 148,10 \text{ МПа}$$

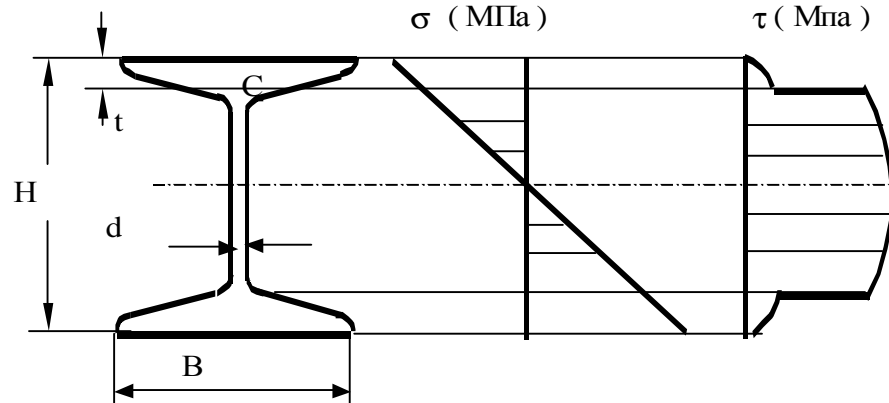
Максимальные касательные напряжения

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x^*}{b \cdot I_x} = \frac{11,00 \cdot 46,8}{0,49 \cdot 572} \cdot 10 = 18,37 \text{ МПа} \quad \langle [t] = 0,6 [s] = 90$$

где $Q_{\max} = 11,00 \text{ кН}$

определяем сечения где Q и M хотя и не максимальны, но значительные.

В нашем случае таким является сечение где $Q = 11,00 \text{ кН}$ $M = 12,10 \text{ кНм}$



Поперечное сечение и эпюры нормальных и касательных напряжений

Определяем эквивалентные напряжения в опасном сечении в точке С

$$\sigma_c = \frac{M_x \cdot y_c}{I_x} = \frac{12,1 \cdot 6,25}{572} \cdot 1000 = 132,21 \text{ МПа}$$

$$y_c = \frac{H}{2} - t = 7 - 0,75 = 6,25 \text{ см}$$

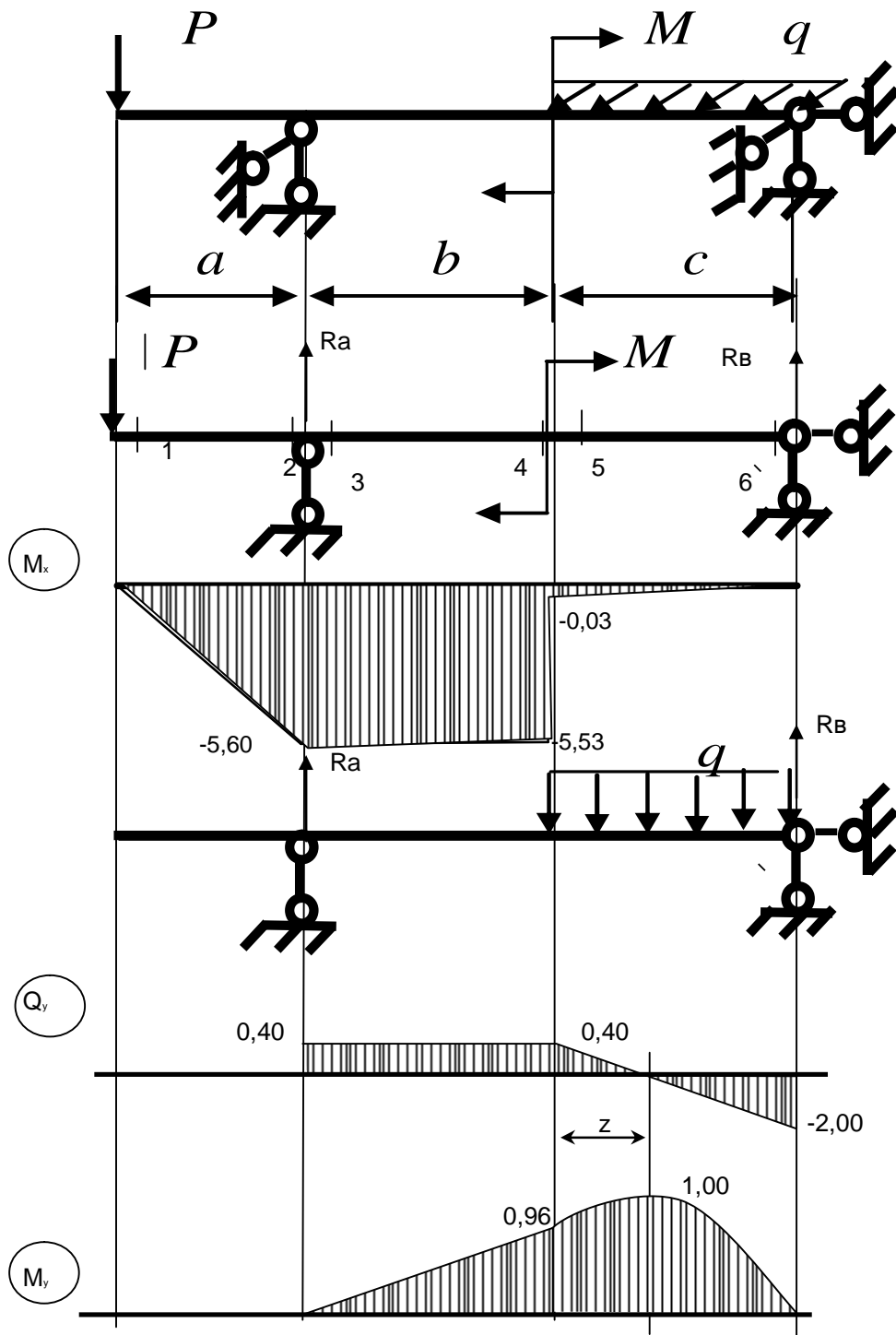
$$\tau_c = \frac{Q \cdot S_x^{omc}}{b \cdot I_x} = \frac{11 \cdot 36,27}{0,49 \cdot 572} \cdot 10 = 14,24 \text{ МПа}$$

$$S_x^{omc} = B \cdot t \cdot \left(\frac{H}{2} - \frac{t}{2} \right) = 7,3 \cdot 0,75 \cdot \frac{14 - 0,75}{2} = 36,27 \text{ см}^3$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_c^2 + 4 \cdot \tau_c^2} = \sqrt{132,21^2 + 4 \cdot 14,24^2} = 134,49$$

Таким образом, все условия прочности удовлетворены.

Для заданной балки, испытывающей сложный изгиб, определить наибольшие, нормальные напряжения и построить эпюру напряжений в опасном сечении.



Задача 2

$$a = 1,4 \text{ м} \quad b = 2,4 \text{ м} \quad c = 1,2 \text{ м}$$

$$P = 4 \text{ кН} \quad M = 5,5 \text{ кНм} \quad q = 2 \text{ кН/м}$$

Прикладываем силы, действующие в вертикальной плоскости

От них определяем реакции опор.

$$R_A = \frac{P(a+b+c) - M}{b+c} = \frac{4 \cdot 5 - 5,5}{3,6} = 4,03 \text{ кН}$$

$$R_b = \frac{M - Pa}{b+c} = \frac{5,5 - 4 \cdot 1,4}{3,6} = -0,03 \text{ кН}$$

$$M_1 = 0 \quad M_2 = -Pa = -4 \cdot 1,4 = -5,6 \text{ кНм} \quad M_3 = M_2$$

$$M_4 = -P(a+b) + R_a b = -4 \cdot 3,8 + 4,03 \cdot 2,4 = -5,53 \text{ кНм}$$

$$M_5 = M_4 + M = -5,53 + 5,5 = -0,03 \text{ кНм} \quad M_6 = 0$$

Прикладываем силы, действующие в горизонтальной плоскости

$$R_B = \frac{qc \left(b + \frac{c}{2} \right)}{b+c} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 3}{3,6} = 2,00 \text{ кН}$$

$$R_a = \frac{qc \frac{c}{2}}{b+c} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 0,6}{3,6} = 0,40 \text{ кН}$$

$$Q_1 = Q_2 = 0 \quad Q_3 = Q_4 = Q_5 = R_a = 0,40 \text{ кН}$$

$$Q_6 = -R_b = -2,00 \text{ кН}$$

$$M_1 = M_2 = M_3 = 0 \quad M_6 = 0$$

$$M_5 = M_4 + R_a b = 0,40 \cdot 2,4 = 0,96 \text{ кНм}$$

$$M_{\text{св}} = 1,00 \text{ кНм}$$

Анализируем эпюры M_x и M_y выбираем опасное сечение.

$$M_x = 5,53 \text{ кНм} \quad M_y = 0,96 \text{ кНм}$$

Чтобы выяснить, какое сечение опасное, определяем геометрические характеристики сечения: положение центра тяжести сечения и моменты инерции относительно главных центральных осей. Для этого вычерчиваем сечение в масштабе. Из сортамента выписываем необходимые : геометрические характеристики

$$\text{Двутавр 24} \quad H = 24 \text{ см} \quad B = 11,5 \text{ см}$$

$$F = 34,8 \text{ см}^2 \quad J_x = 3460 \text{ см}^4 \quad J_y = 198 \text{ см}^4$$

При этом учитываем, что двутавр повернут на 90

$$\text{Швеллер 22} \quad H = 22 \text{ см} \quad B = 8,2 \text{ см} \quad Z_o = 2,21 \text{ см}$$

$$F = 26,7 \text{ см}^2 \quad J_x = 2110 \text{ см}^4 \quad J_y = 151 \text{ см}^4$$

Находим положение центра тяжести относительно ц.т. двутавра

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ci} \cdot F_i}{F} = \frac{x_{c1} F_1 + x_{c2} F_2 + x_{c3} F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{(-26,19 - 14,21) \cdot 26,7}{34,8 + 2 \cdot 26,7} = -12,23$$

$$x_1 = -12 - 2 \cdot 8,2 + 2,21 = -26,19 \text{ см}$$

$$x_2 = -12 - 2,21 = -14,21 \text{ см}$$

$$x_3 = 0$$

Задача 2

Находим моменты инерции сечения по формуле

$$J_{X_C} = \sum_{i=1}^n [J_{X_{Ci}} + a_i^2 F_i]$$

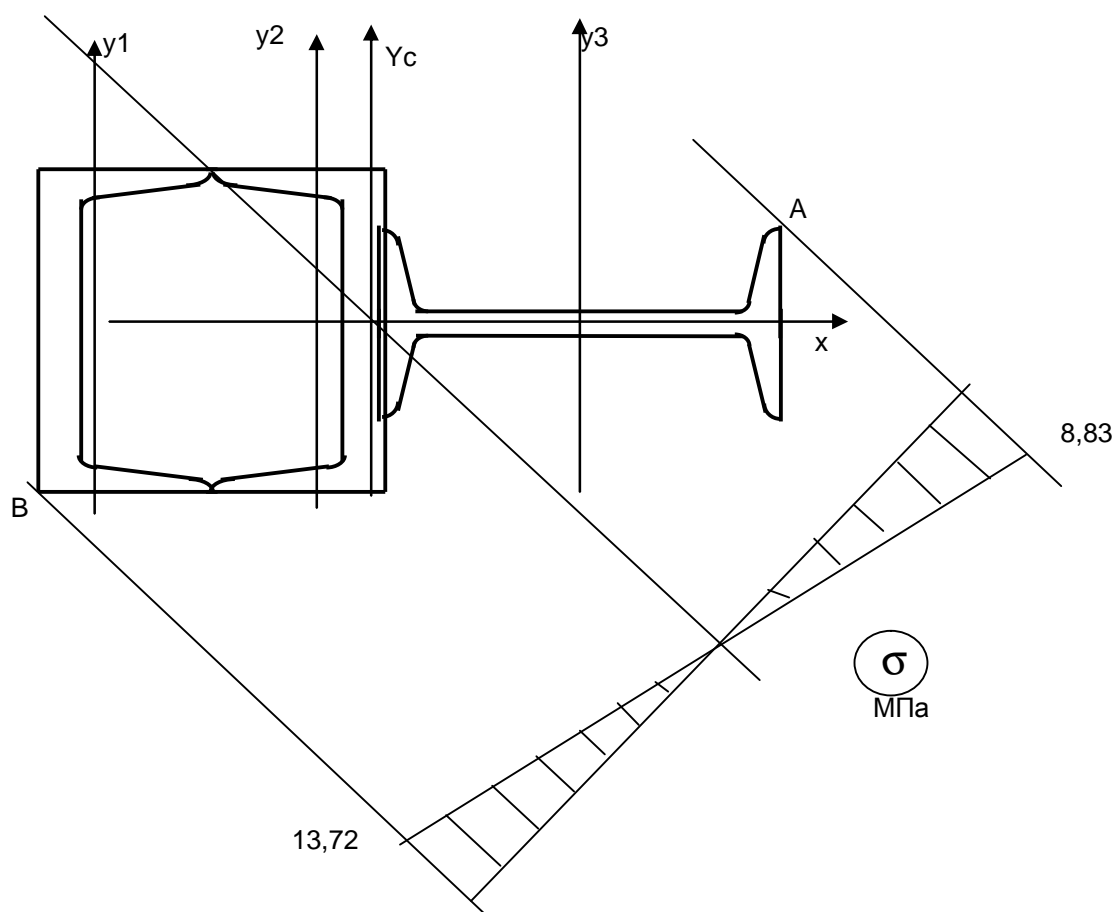
Здесь $J_{X_{Ci}}$ - моменты инерции каждой из фигур относительно собственных осей X_{Ci} ;
 a_i – расстояние между осью X_C и X_{Ci}

$$J_{xc} = 198 + 2 \cdot 2110 = 4418,00 \text{ см}^4$$

$$J_{yc} = 151 + (-26,19 + 12,23)^2 \cdot 26,7 + 151 + (-14,21 + 12,23)^2 \cdot 26,7 + 3460 + 12,23^2 \cdot 34,8 = 14275,15 \text{ см}^4$$

Определяем положение нейтральной оси

$$\tan b = \left| \frac{M_y}{M_x} \right| \cdot \frac{I_x}{I_y} = \frac{0,96}{5,5333} \cdot \frac{4418,00}{14275,15} = 0,05 \quad b = 3,08$$



$$X_a = 12,23 + 12 = 24,23 \text{ см}$$

$$Y_a = 5,75 \text{ см}$$

$$X_b = 26,19 + 2,21 - 12,23 = 16,17 \text{ см}$$

$$Y_b = 10,09 \text{ см}$$

$$\sigma_A = \frac{M_x \cdot y_A}{J_x} + \frac{M_y \cdot X_A}{J_y} = \left(\frac{5,5333 \cdot 5,75}{14275,15} + \frac{0,96 \cdot 24,23}{4418,00} \right) 1000 = 8,83 \text{ МПа}$$

$$\sigma_b = \frac{M_x \cdot y_b}{J_x} + \frac{M_y \cdot X_b}{J_y} = \left(\frac{5,5333 \cdot 10,09}{14275,15} + \frac{0,96 \cdot 16,17}{4418,00} \right) 1000 = 13,72 \text{ МПа}$$

Задача 3

Определить диаметр вала промежуточной ступени редуктора

$$\begin{aligned} K &= 10 \text{ кВт} & n &= 450 \text{ об/мин} & c &= 0,5 \text{ м} \\ d_1 &= 0,5 \text{ м} & a &= 0,6 \text{ м} & [s] &= 80 \text{ МПа} \\ d_2 &= 0,4 \text{ м} & b &= 0,5 \text{ м} \end{aligned}$$

Определим усилия в зацеплении колеса и шестерен. Крутящий момент, передаваемый валом,

$$M_{кр} = \frac{30K}{pn} = \frac{30 \cdot 10}{3,14 \cdot 450} = 0,21 \text{ кНм}$$

$$P_1 = \frac{2M_{кр}}{d_1} = \frac{2 \cdot 0,21}{0,5} = 0,85 \text{ кН}$$

$$P_2 = \frac{2M_{кр}}{d_2} = \frac{2 \cdot 0,21}{0,4} = 1,06 \text{ кН}$$

$$T_1 = 0,324 P_1 = 0,324 \cdot 0,85 = 0,28 \text{ кН}$$

$$T_2 = 0,324 P_2 = 0,324 \cdot 1,06 = 0,34 \text{ кН}$$

$$S_2 = 0,4 P_2 = 0,4 \cdot 1,06 = 0,42 \text{ кН}$$

Сила S_1 создает изгибающий момент M равный

$$M = S_2 \frac{d_2}{2} = 0,42 \cdot \frac{0,4}{2} = 0,08 \text{ кНм}$$

Прикладываем силы, действующие в вертикальной плоскости

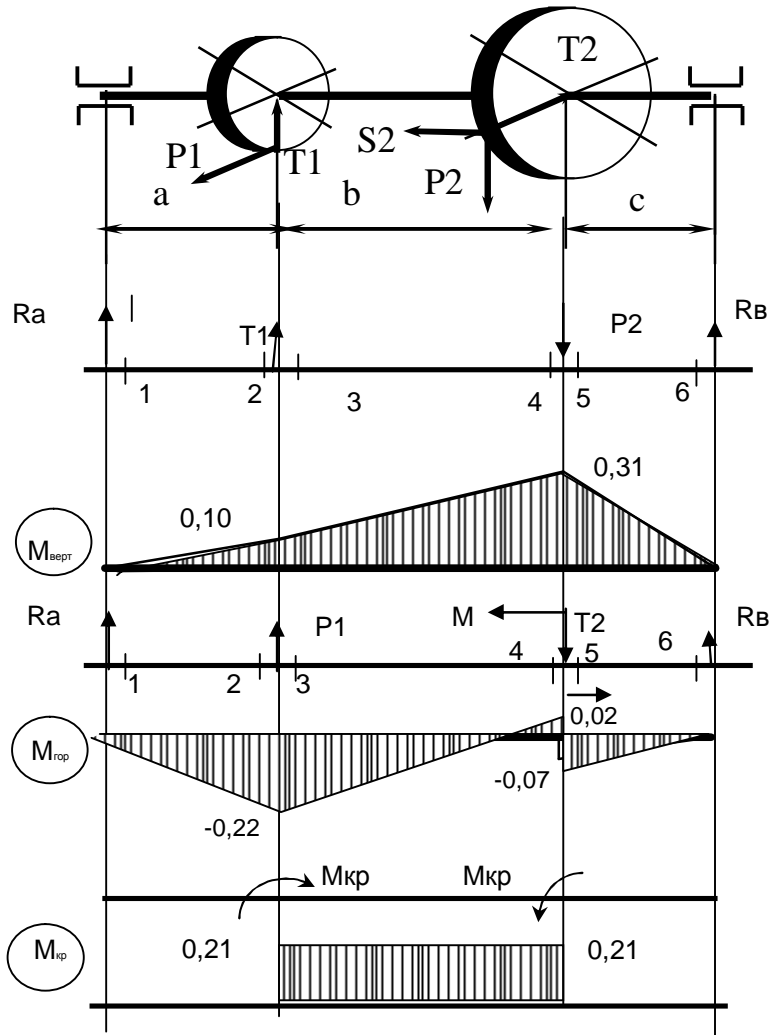
От них определяем реакции опор.

$$R_A = \frac{P_2 c - T_1 (b + c)}{a + b + c} = \frac{1,06 \cdot 0,5 - 0,28 \cdot 1}{1,6} = 0,16 \text{ кН}$$

$$R_B = \frac{P_2 (a + b) - T_1 a}{a + b + c} = \frac{1,06 \cdot 1,1 - 0,28 \cdot 0,6}{1,6} = 0,63 \text{ кН}$$

Проверка:

$$R_A + R_B + T_1 - P_2 = 0; \\ 0,16 + 0,63 + 0,28 - 1,06 = 0$$



Задача 3

$$M_2 = R_a a = 0,16 \cdot 0,6 = 0,10 \text{ кНм} \quad M_3 = M_2$$

$$M_5 = M_4 = R_b c = 0,63 \cdot 0,5 = 0,31 \text{ кНм}$$

Прикладываем силы, действующие в горизонтальной плоскости

$$R_A = \frac{M - P_1(c+b) + T_2 c}{a+b+c} = \frac{0,08 - 0,85 \cdot 1 + 0,34 \cdot 0,5}{1,6} = -0,37$$

$$R_B = \frac{-M - P_1 a + T_2(a+b)}{a+b+c} = \frac{-0,08 - 1,06 \cdot 0,6 + 0,34 \cdot 1,1}{1,6} = -0,14$$

$$M_3 = M_2 = R_a a = -0,37 \cdot 0,6 = -0,22 \text{ кНм}$$

$$M_5 = R_b c = -0,14 \cdot 0,5 = -0,07 \text{ кНм}$$

$$M_5 = M_4 - M = -0,07 + 0,08 = 0,02 \text{ кНм}$$

Анализируем эпюры $M_{гор}$, $M_{верт}$ и $M_{кр}$ выбираем опасное сечение.

$$M_{верт} = 0,31 \text{ кНм} \quad M_{гор} = 0,02 \text{ кНм} \quad M_{кр} = 0,21 \text{ кНм}$$

Тогда

$$M_{np}^{III} = \sqrt{M_{верт}^2 + M_{гор}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{0,3133^2 + 0,0174^2 + 0,21^2} = 0,38 \text{ кНм}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{np}^{III} 10^{-3} \cdot 32}{p \cdot [s]}} \cdot 10^3 = \sqrt[3]{\frac{0,38 \cdot 10^{-3} \cdot 32}{p}} \cdot 10^3 = 36,41 \text{ мм}$$

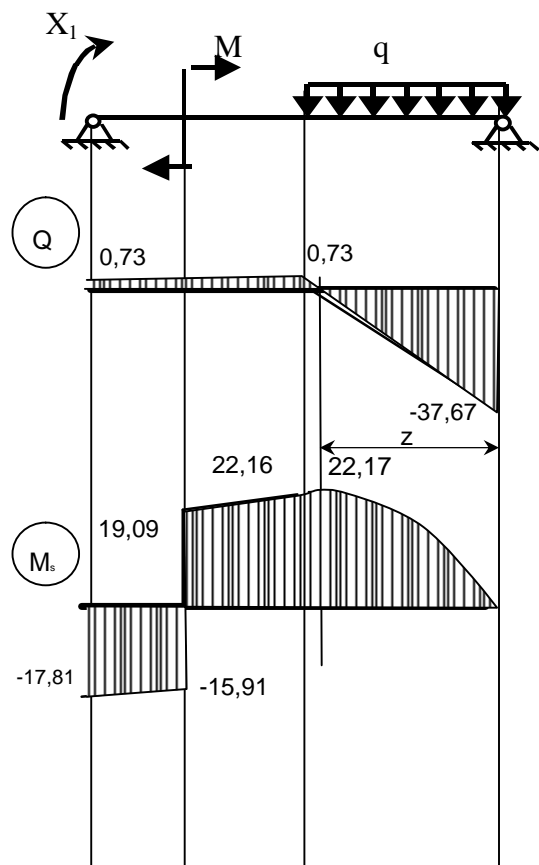
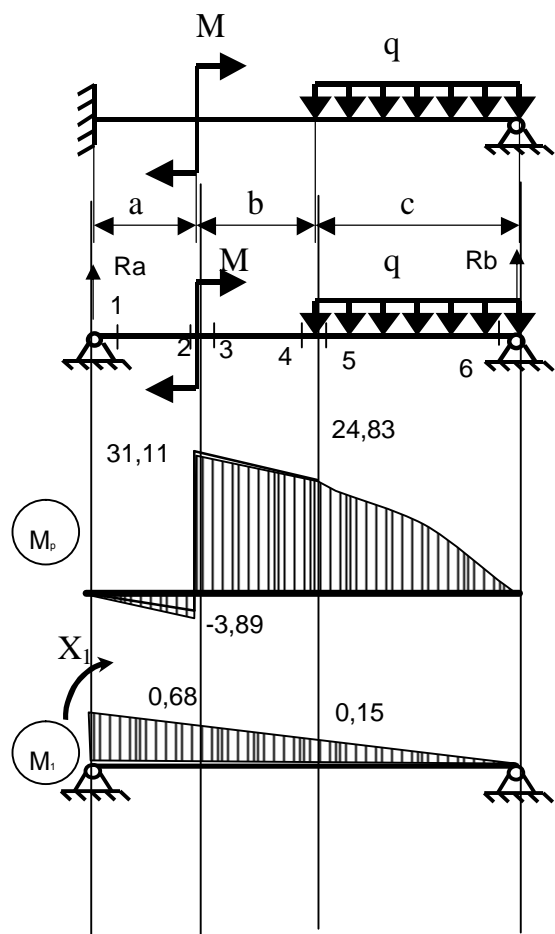
принимаем $d = 40 \text{ мм}$

Задача 4

Для неразрезной балки построить эпюры внутренних усилий, подобрать двутавровое сечение и определить прогиб сечения К и угол поворота сечения А.

$a = 2,6 \text{ м}$ $b = 4,2 \text{ м}$ $c = 1,2 \text{ м}$
 $q = 32 \text{ кН/м}$ $P = 58 \text{ кН}$ $M = 35 \text{ кНм}$
 Расчет начинаем с определения степени статической неопределимости, т.к. неизвестных реакций четыре, а уравнений статики можно составить только три, то данная задача один раз статически неопределимая.

Для неразрезной балки в качестве основной системы лучше выбирать такую же балку, но с шарниром вместо жесткой заделки К полученной балке прикладываем внешнюю нагрузку, определяем реакции опор и строим эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки



$$R_a = \frac{32 \cdot 1,2 \cdot 0,6 - 35}{2,6 + 4,2 + 1,2} = -1,495 \text{ кН}$$

$$M_1 = 0 \quad M_2 = R_a \cdot a = -1,495 \cdot 2,6 = -3,887 \text{ кНм}$$

$$M_3 = M_2 + M = -3,887 + 35 = 31,113 \text{ кНм}$$

$$M_6 = M_3 + R_a(a+b) + M = -1,495 \cdot 6,8 + 35 = 24,834$$

После чего снимаем заданную нагрузку, прикладываем момент $X_1=1$, и от него строим эпюру изгибающих моментов «Перемножая» эпюры M_p и M_1 , определяем коэффициенты канонического уравнения.

$$EJ_x d_{11} = \frac{2,6 + 4,2 + 1,2}{6} (2 \cdot 1 \cdot 1) = 2,67$$

$$EJ_x \Delta_{1p} = \frac{2,6}{6} (2(-3,887) \cdot 0,68 - 3,887) +$$

$$+ \frac{4,2}{6} (2 \cdot 31,113 \cdot 0,68 + 2 \cdot 24,834 \cdot 0,15 +$$

$$+ 31,113 \cdot 0,15 + 24,834 \cdot 0,68) +$$

$$+ \frac{1,2}{6} (2 \cdot 24,834 \cdot 0,15) + \frac{32 \cdot 1,2^3}{24} \cdot 0,15 =$$

$$= -47,50$$

Составляем каноническое уравнение

$$d_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{d_{11}} = \frac{-47,50}{2,67} = -17,81 \text{ кНм}$$

Прикладываем заданную нагрузку и найденный момент. От них определяем реакции опор и строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

$$R_a = \frac{32 \cdot 1,2 \cdot 0,6 - 35 + 17,81}{2,6 + 4,2 + 1,2} = 0,73$$

$$Q_1 = R_a = 0,73 \text{ кН} \quad Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = Q_1$$

$$Q_6 = R_a - q \cdot c = 0,73 - 32 \cdot 1,2 = -37,669 \text{ кН}$$

$$M_1 = X_1 = -17,81 \text{ кНм} \quad M_2 = X_1 + R_a \cdot a = -15,909 \text{ кНм}$$

$$M_3 = M_2 + M = -15,909 + 35 = 19,091 \text{ кНм}$$

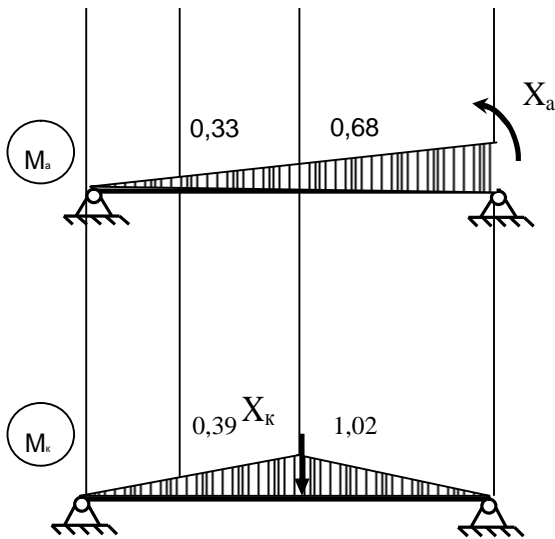
$$M_6 = M_3 - 17,81 + 35 + (0,73) \cdot 6,8 = 22,162$$

$$Z_0 = \frac{Q_1}{q} = \frac{37,67}{32} = 1,18 \text{ м}$$

$$M_{\text{max}} = 37,67 \cdot 1,18 - 32 \cdot 1,18 \cdot \frac{1,18}{2} = 22,17 \text{ кНм}$$

Выполняем деформационную проверку. Она состоит в том, что при «перемножении» эпюры M_s на M_1 должен получиться ноль.

Задача 4



$$EJ_{x_{IP}} = \frac{2,6}{6} (2(-17,81) + 2(-15,909) \cdot 0,68 +$$

$$-15,909 + (-17,81) \cdot 0,68) +$$

$$+ \frac{4,2}{6} (2 \cdot 19,091 \cdot 0,68 + 2 \cdot 22,162 \cdot 0,15 +$$

$$+ 22,162 \cdot 0,68 + 19,091 \cdot 0,15) +$$

$$+ \frac{1,2}{6} (2 \cdot 22,162 \cdot 0,15) + \frac{32}{24} \cdot \frac{1,2}{0,15} = 0$$

Из эпюры изгибающих моментов находим опасное сечение, $M_{\max} = 22,16$

Из условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_o} \leq [\sigma]$$

находим необходимый момент сопротивления сечения

$$W_o \geq \frac{M_{\max}}{[S]} \cdot 10^3 = \frac{22,16}{180} \cdot 1000 = 123,12 \text{ cm}^3$$

По таблице сортамента подбираем двутавр № 18

$$W_{\text{X}} = 143 \text{ cm}^{-1}$$

$$J_x = 1290 \text{ CM}$$

В сечении А прикладываем единичный момент, от него строим эпюру изгибающих моментов, которую «перемножаем» на эпюру M_s

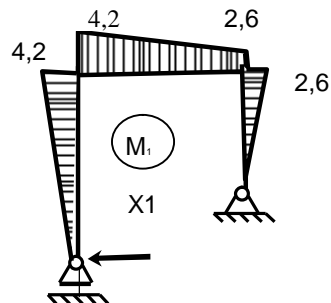
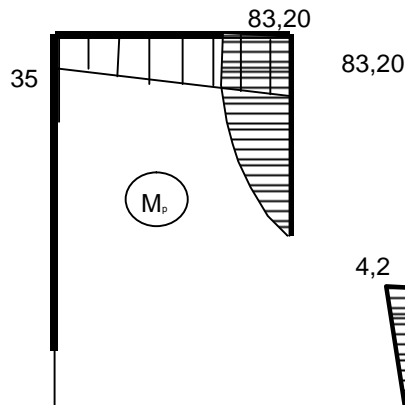
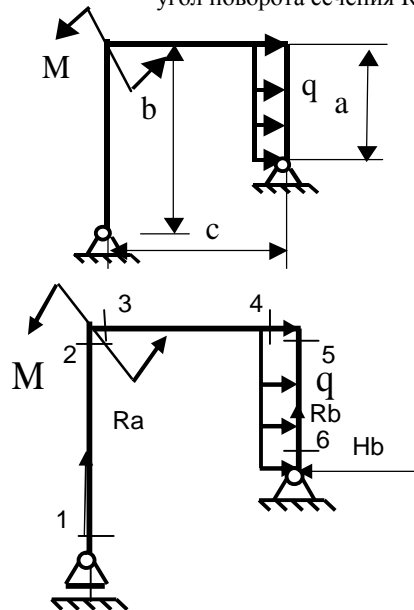
$$q_A = \frac{1000}{EJ_x} \left[\frac{2,6}{6} (2(-15,09) \cdot 0,33 - 17,81) + \frac{4,2}{6} (2(19,091 \cdot 0,33 + 2 \cdot 22,162 \cdot 0,68 + 19,091 \cdot 0,68 + 22,162 \cdot 0,33)) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot 22,162 \cdot 0,68 + 22,162) + \frac{32 \cdot 1,2}{24} (0,68 + 1) \right] = 0,017740 \text{ рад}$$

К основной системе в точке К прикладываем единичную силу, от нее определяем реакции опор и строим эпюру изгибающих моментов, которую «перемножаем» на эпюру M_s

$$y_A = \frac{1000}{EJ_x} \left[\frac{2,6}{6} (2(-15,909) \cdot 0,39 - 17,81) + \frac{4,2}{6} (2(19,091) \cdot 0,39 + 2 \cdot 22,162 \cdot 1,02 + 19,091 \cdot 1,02 + 22,162 \cdot 0,39) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot 22,162 \cdot 1,02) + \frac{32 \cdot 1,2}{24} 1,02 \right] = 0,0277 \text{ m}$$

Задача 5

Для стальной рамы необходимо раскрыть статическую неопределенность, построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать номер двутавра и определить угол поворота сечения K , $[\sigma]=180\text{МПа}$



$$a = 2,6 \text{ м} \quad b = 4,2 \text{ м} \quad c = 1,2 \text{ м}$$

$$P = 58 \text{ кН} \quad M = 35 \text{ кНм} \quad q = 32 \text{ кН/м}$$

Анализируем заданную систему. В ней неизвестных реакций четыре, а уравнений равновесия можно составить только три. Значит данная система один раз статически неопределима. Отбросив одну связь, получаем основную систему, к которой прикладываем заданную нагрузку.

$$H_b = 32 \cdot 2,6 = 83,20 \text{ кНм}$$

$$M_3 = -M = -35 \text{ кНм}$$

$$M_5 = 32 \cdot 2,6 \cdot 1,3 - 83,2 \cdot 2,6 = -108,16 \text{ кНм}$$

$$M_6 = M_5$$

После чего снимаем заданную нагрузку, прикладываем $X_1=1$, и от них строим эпюру изгибающих моментов

«Перемножая» эпюры M_p и M_1 , определяем коэффициенты канонического уравнения.

$$EJ_x d_{11} = \frac{4,2}{6} (2 \cdot 4,2 \cdot 4,2) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot 4,2 \cdot 4,2 +$$

$$+ 2 \cdot 2,6 \cdot 2,6 + 2 \cdot 2,6 \cdot 4,2) + \frac{2,6}{6} (2 \cdot 2,6 \cdot 2,6) = 44,683$$

$$EJ_x \Delta_{1p} = \frac{1,2}{6} (2 (-35) \cdot 4,2 + 2 (-108,16) \cdot 2,6 - 35 \cdot 2,6 -$$

$$-108,16 \cdot 4,2) + \frac{2,6}{6} (-108,16 \cdot 2,6 \cdot 2) - \frac{32 \cdot 2,6^3}{24} \cdot 2,6 = -584,99$$

Составляем каноническое уравнение

$$d_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{d_{11}} = \frac{584,99}{44,683} = 13,09 \text{ кН}$$

К основной системе прикладываем заданную нагрузку и найденную не-известную X_1 . От них определяем реакции опор и строим эпюры N, Q, M_s

$$H_b = 83,20 - 13,09 = 70,11 \text{ кН}$$

$$R_a = \frac{35 - 32 \cdot 2,6 \cdot 1,3 - 13,09 \cdot 1,6}{1,2} = -78,42 \text{ кН}$$

$$N_1 = N_2 = -R_a = 78,42 \text{ кН} \quad N_3 = N_4 = X_1 = 13,09 \text{ кН}$$

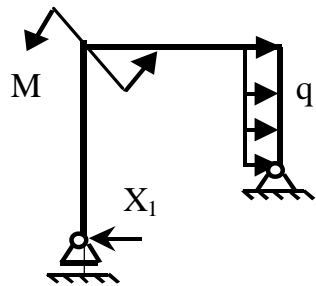
$$N_5 = N_6 = R_a = -78,42 \text{ кН}$$

$$Q_1 = Q_2 = X_1 = 13,09 \text{ кН} \quad Q_3 = Q_4 = R_a = -78,42 \text{ кН}$$

$$Q_5 = H_b = 70,11 \text{ кН} \quad Q_6 = H_b - qa = 70,11 - 32 \cdot 2,6 = -13,092 \text{ кН}$$

$$z = \frac{70,11}{32} = 2,1909 \text{ м}$$

Задача 5



$$M_2 = -b X_1 = -13,09 \cdot 4,2 = -54,987 \text{ кНм}$$

$$M_3 = -M_2 - M = 54,987 - 35 = 19,987 \text{ кНм}$$

$$M_5 = M_4 = -70,1 \cdot 2,6 + 32 \cdot 2,6 \cdot 1,3 = -74,12 \text{ кНм}$$

$$M_{\text{extr}} = -70,1 \cdot 2,1909 + 32 \cdot 2,1909 \cdot 1,0954 = -76,799 \text{ кНм}$$

Выполняем деформационную проверку. Она состоит в том, что при «перемножении» эпюры M_5 на M_1 должен получиться ноль.

$$EJ_x \Delta_{1P} = \frac{4,2}{6} (2 \cdot 54,987 \cdot 4,2) + \frac{1,2}{6} (2 \cdot (19,987) \cdot 4,2 - 74,12 \cdot 2,6 \cdot 2 + (19,987) \cdot 2,6 \cdot 74,12 \cdot 4,2) + \frac{2,6}{6} (2 \cdot (-74,12) \cdot 2,6) - \frac{32 \cdot 2,6^3}{24} \cdot 2,6 = 0,00003$$

Из эпюры изгибающих моментов находим опасное сечение, $M_{\text{max}} = 76,799$

Из условия прочности:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_o} \leq [\sigma]$$

находим необходимый момент сопротивления сечения

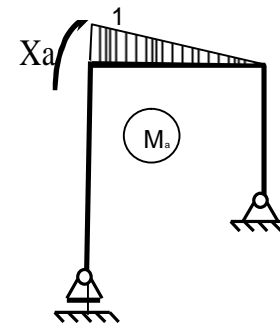
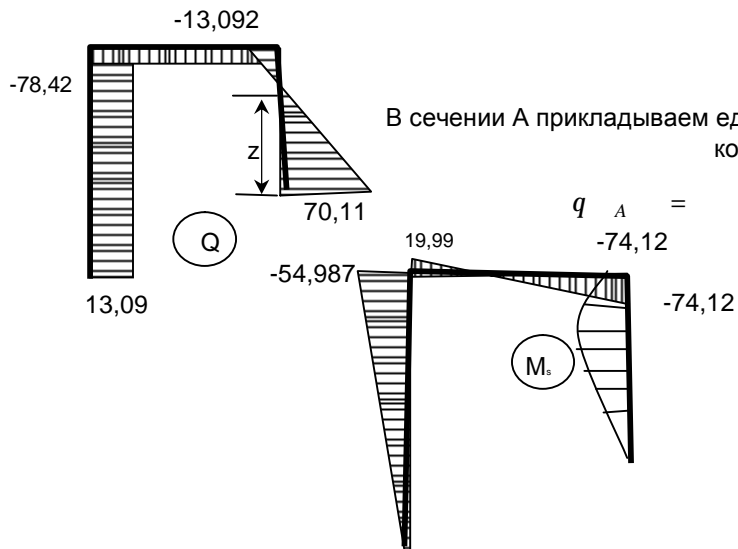
$$W_o \geq \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} \cdot 10^3 = \frac{76,799}{180} \cdot 1000 = 426,66 \text{ см}$$

По таблице сортамента подбираем двутавр № 30

$$W_x = 472 \text{ см} \quad J_x = 7080 \text{ см}^4$$

В сечении А прикладываем единичный момент, от него строим эпюру изгибающих моментов, которую «перемножаем» на эпюру M_5

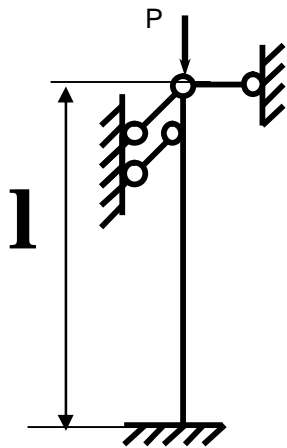
$$q_A = \frac{1000}{EJ_x} \left[\frac{1,2}{6} (2 \cdot (19,987) \cdot 1 \cdot (-74,12)) \right] = -0,0046699 \text{ рад}$$



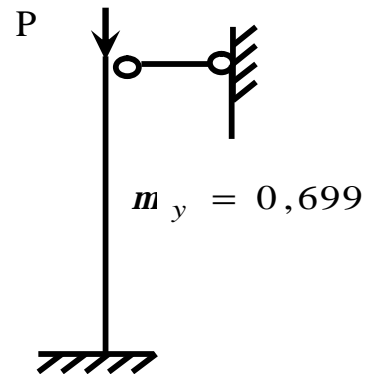
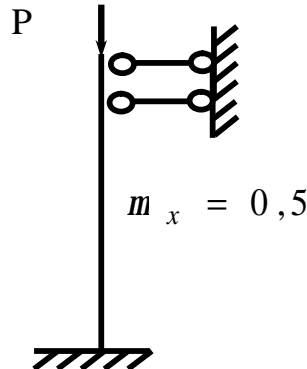
задача 6

Для заданной стойки, расчетная схема которой показана в аксонометрии, из условия устойчивости подобрать и рационально расположить ее сечение. Основное допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma]=160\text{МПа}$, материал стойки Ст.3

$$P = 500 \text{ кН} \quad l = 5 \text{ м}$$



Покажем проекции расчетной схемы стойки



Определим геометрические характеристики сечения, как функцию a

$$F_1 = F_3 = 8a \cdot a = 8a^2;$$

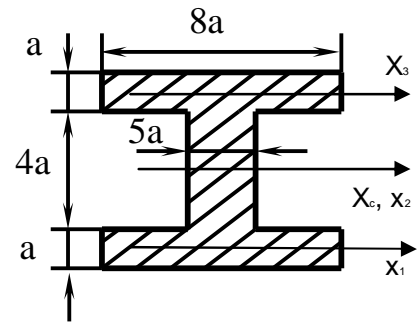
$$F_2 = 5a \cdot 4a = 20a^2;$$

$$J_{x1} = J_{x3} = \frac{bh^3}{12} = \frac{a \cdot (8a)^3}{12} = 42,67a^4;$$

$$J_{y1} = J_{y3} = \frac{hb^3}{12} = \frac{8a \cdot a^3}{12} = 0,67a^4;$$

$$J_{x2} = \frac{bh^3}{12} = \frac{5a \cdot (4a)^3}{12} = 26,67a^4;$$

$$J_{y2} = \frac{hb^3}{12} = \frac{4a \cdot (5a)^3}{12} = 41,67a^4;$$



Главные моменты инерции и площадь всего сечения равняются

$$J_{xc} = 2 \left(42,67a^4 + \left(\frac{a}{2} + \frac{4a}{2} \right)^2 \cdot 8a^2 \right) + 26,67a^4 = 212,01a^4;$$

$$J_{yc} = 2 \cdot 0,67a^4 + 41,67a^4 = 43,01a^4;$$

$$F = 2 \cdot 8a^2 + 20a^2 = 36a^2;$$

С целью рационального распределения материала сечение необходимо располагать так, чтобы гибкости в плоскости YZ и в плоскости XZ отличались между собой как можно меньше.

Это выполняется в том случае, когда большему коэффициенту приведения длины соответствует больший момент инерции. В нашем случае это условие не выполняется, поэтому разворачиваем сечение на 90

$$J_{xc} = 43,01a^4; \quad J_{yc} = 212,01a^4;$$

Найдем радиусы инерции и гибкости:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{4301a^4}{36a^2}} = 1,09a; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{21201a^4}{36a^2}} = 2,43a;$$

$$l_x = \frac{m_x l}{i_x} = \frac{0,5 \cdot l}{1,09a} = \frac{l}{2,18a};$$

$$l_y = \frac{m_y l}{i_y} = \frac{0,699 \cdot l}{2,43a} = \frac{l}{3,48a}$$

Так как $\lambda_x > \lambda_y$, то стойка быстрее потеряет устойчивость в плоскости ZY. Следовательно, дальнейший подбор сечения ведем по λ_x

Подбор сечений производим из условия устойчивости

$$s = \frac{P}{j F} \leq [s]$$

Так как φ изменяется от 0 до 1, то принимаем: $\varphi = 0,5$.

$$F = \frac{P}{j_1 [s]} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 160} \cdot 10^4 = 62,5 \text{ см}^2$$

Параметр a

$$a = \sqrt{\frac{F}{36}} = \sqrt{\frac{62,5}{36}} = 1,3176 \text{ см}$$

$$l_x = \frac{l}{2,18a} = \frac{500}{2,18 \cdot 1,318} = 174,07$$

$$\varphi_2 = 0,245 \quad j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{0,245 + 0,5}{2} = 0,373$$

$$F = \frac{P}{j_1 [s]} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{0,373 \cdot 160} \cdot 10^4 = 83,89$$

$$a = \sqrt{\frac{F}{36}} = \sqrt{\frac{83,89}{36}} = 1,5265 \text{ см}$$

$$l_x = \frac{l}{2,18a} = \frac{500}{2,18 \cdot 1,527} = 150,25$$

$$\varphi_2 = 0,317 \quad j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{0,317 + 0,37}{2} = 0,345$$

$$F = \frac{P}{j_1 [s]} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{0,345 \cdot 160} \cdot 10^4 = 90,65$$

$$a = \sqrt{\frac{F}{36}} = \sqrt{\frac{90,65}{36}} = 1,5868 \text{ см}$$

$$l_x = \frac{l}{2,18a} = \frac{500}{2,18 \cdot 1,587} = 144,54$$

$$j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{\quad}{2} =$$

$$\varphi_2 = 0,340 \quad j_1 = \frac{j_1 + j_2}{2} = \frac{0,345 + 0,34}{2} = 0,342$$

$$F = \frac{P}{j_1 [s]} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{0,342 \cdot 160} \cdot 10^4 = 91,27$$

$$a = \sqrt{\frac{F}{36}} = \sqrt{\frac{91,27}{36}} = 1,5923 \text{ см}$$

$$l_x = \frac{l}{2,18a} = \frac{500}{2,18 \cdot 1,592} = 144,04$$

$$\varphi_2 = 0,340$$

Действующее напряжение

$$S = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{0,34 \cdot 36 \cdot 1,59^2 \cdot 10^{-4}} = 161,12 \text{ МПа}$$