

Задача 26.3.

К телу массы 3кг, лежащему на столе, привязали нить, другой конец которой прикреплен к точке А. Какое ускорение надо сообщить точке А, поднимая тело вверх по вертикали, чтобы нить оборвалась, если она рвется при натяжении  $T=42\text{Н}$ .

Задача 26.5.

Камень массы 0,3кг, привязанный к нити длины 1м, описывает окружность в вертикальной плоскости. Определить наименьшую угловую скорость  $\omega$  камня, при которой произойдет разрыв нити, если сопротивление ее разрыву равно 9Н.

Задача 26.7.

В вагоне поезда, идущего сначала по прямолинейному пути, а затем по закругленному со скоростью 20м/с, производится взвешивание некоторого груза на пружинных весах; весы в первом случае показывают 50Н, а на закруглении 51Н. Определить радиус закругления пути.

Задача 26.16

Движение материальной точки массы 0,2кг выражается уравнением  $x=3\cos 2\pi t$  см,  $y=4\sin \pi t$  см ( $t$  в с). Определить проекции силы, действующей на точку, в зависимости от ее координат.

27.5.

За какое время и на каком расстоянии может быть остановлен тормозом вагон трамвая, идущий по горизонтальному пути со скоростью 110м/с, если сопротивление движению, развиваемое при торможении, составляет 0,3 веса вагона.

27.11

При скоростном спуске лыжник массы 90кг скользил по склону в  $45^\circ$ , не отталкиваясь палками. Коэффициент трения лыж о снег  $f = 0,1$ . Сопротивление воздуха движению лыжника пропорционально квадрату скорости лыжника и при скорости в 1 м/сек равно 0,635 Н. Какую наибольшую скорость мог развить лыжник? Насколько увеличится максимальная скорость, если подобрав лучшую мазь, лыжник уменьшит коэффициент трения до 0,05 ?

27.17

Тело массы 2кг, брошенное вертикально вверх со скоростью 20 м/с, испытывает сопротивление воздуха, которое при скорости  $v$  м/с равно  $0,4v$  Н. Найти, через сколько секунд тело достигнет наивысшего положения.

Задача 27.5.

Дано:

$$v_0 = 110 \text{ м/с};$$

$$F_{\text{сопр}} = 0,3 \text{ мг};$$

$$t_{\text{торм}} - ?; \quad v - ?$$

Согласно 2-му закону Ньютона:

$$F_{\text{сопр}} = 0,3 \text{ мг} = -ma \Rightarrow a = -0,3g.$$

$a < 0$ , так как вагон тормозит.

$g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$  - ускорение свободного падения.

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,3g \Rightarrow \int_{v_0}^{v(t)} dv = -0,3g \int_0^t dt \Rightarrow v(t) = v_0 - 0,3gt.$$

$$x(t) = v_0 t - \frac{0,3gt^2}{2}; \quad \text{Время движения находим из}$$

$$\text{условия: } v(t_{\text{торм}}) = 0 \Rightarrow v_0 = 0,3gt_{\text{торм}}; \quad t_{\text{торм}} = \frac{v_0}{0,3g};$$

$$t_{\text{торм}} = \frac{110}{0,3 \cdot 9,81} = 37,38 \text{ (с)}.$$

$$\text{Путь торможения } v = x(t_{\text{торм}}) = v_0 t_{\text{торм}} - \frac{0,3gt_{\text{торм}}^2}{2} =$$

$$= \frac{v_0^2}{0,3g} - \frac{0,3gv_0^2}{(0,3g)^2 \cdot 2} = \frac{v_0^2}{0,6g}; \quad v = \frac{110^2}{0,6 \cdot 9,81} = 2056 \text{ (м)}.$$

Ответ:  $t_{\text{торм}} = 37,38 \text{ с}; \quad v = 2056 \text{ (м)}.$

Задача 27.11.

Дано:

$$m = 90 \text{ кг}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$f_1 = 0,1$$

$$F_{\text{сопр}} = \beta v^2$$

$$\beta = \frac{F_{\text{сопр}_0}}{v_0^2}$$

$$F_{\text{сопр}_0} = 0,635 \text{ Н};$$

$$v_0 = 1 \text{ м/с};$$

$$f_2 = 0,05.$$

$$v_{\text{max}} - ?$$

$$\Delta v - ?$$

Согласно 2-му закону Ньютона (в проекции на ось  $x$ ):  $mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} - F_{\text{сопр}} = ma.$

$$mg \sin \alpha - mg f \cos \alpha - \beta v^2 = ma;$$

$$mg (\sin \alpha - f \cos \alpha) - \beta v^2 = m \frac{dv}{dt}; \quad g(\sin \alpha - f \cos \alpha) = \gamma$$

$$\int_0^t \frac{d\sigma}{\sigma - \beta v^2/m} = \int_0^t dt;$$

$$\frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\beta}} \int_0^t \frac{d(\sqrt{\beta}v)}{(\sqrt{\gamma})^2 - \beta v^2} = t;$$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{\beta}} \left( -\frac{1}{2\sqrt{\gamma}} \ln \frac{\sqrt{\gamma} - \sqrt{\beta} v \sqrt{m}}{\sqrt{\gamma} + \sqrt{\beta} v \sqrt{m}} \right) = t.$$

$$\ln \frac{\sqrt{\gamma} - \sqrt{\beta} v \sqrt{m}}{\sqrt{\gamma} + \sqrt{\beta} v \sqrt{m}} = -2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t; \quad \sqrt{\gamma} - \sqrt{\beta} v = \sqrt{\gamma} e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t} + \sqrt{\beta} v e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t}$$

$$\frac{\sqrt{\gamma} - \sqrt{\beta} v \sqrt{m}}{\sqrt{\gamma} + \sqrt{\beta} v \sqrt{m}} = e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t} \quad \sqrt{\gamma} - \sqrt{\beta} v = \sqrt{\gamma} e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t} + \sqrt{\beta} v e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t}$$

$$\sqrt{\gamma} (e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t} - 1) = -\sqrt{\beta} v (1 + e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t})$$

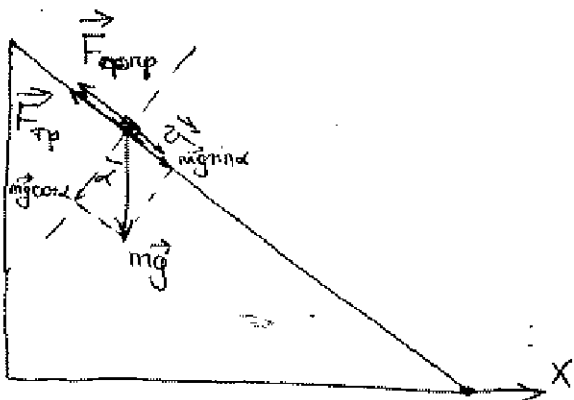
$$v(t) = \frac{\sqrt{\gamma} (1 - e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t})}{\sqrt{\beta} (1 + e^{-2\sqrt{\frac{\gamma\beta}{m}} t})} \sqrt{m}$$

$$v = v_{\max} \text{ при } t \rightarrow \infty; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot m}{\beta}} = \sqrt{\frac{g(\sin \alpha - f \cos \alpha) m}{\beta}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{9,81 (\sin \pi/4 - 0,1 \cos \pi/4) \cdot 90}{0,635}} = \cancel{22} \text{ (м/с)} = 29,746 \text{ (м/с)}$$

$$\text{При } f = f_2; \quad v_{\max_2} = \sqrt{\frac{9,81 (\sin \pi/4 - 0,05 \cos \pi/4)}{0,635}} = 30,561 \text{ (м/с)}$$

$$\Delta v = v_{\max_2} - v_{\max} = \frac{0,815}{0,108} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Ответ:  $v_{\max} = 29,746 \text{ м/с}$ ;  
 $\Delta v = 9,915 \text{ м/с}$ ;

Задача 27.17.

Дано:

$$m = 2 \text{ кг};$$

$$v_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$F_{\text{сопр}} = 0,4v;$$

$$t_{\text{гб}} = ?$$

Согласно 2-му закону Ньютона:

$$mg + F_{\text{сопр}} = -ma.$$

$$a = -g - \frac{F_{\text{сопр}}}{m} = -\left(g + \frac{0,4v}{m}\right).$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{mg + 0,4v}{m};$$

$$\int_{v_0}^0 \frac{dv}{mg + 0,4v} = -\int_0^{t_{\text{гб}}} \frac{dt}{m};$$

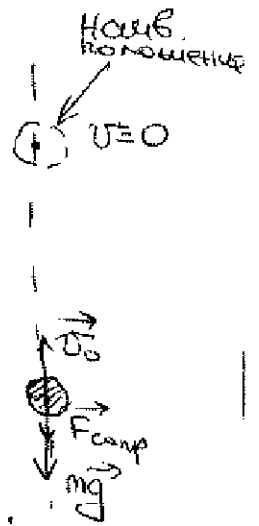
$$\frac{1}{0,4} \ln |mg + 0,4v| \Big|_{v_0}^0 = -\frac{t_{\text{гб}}}{m}$$

$$\frac{1}{0,4} [\ln(mg) - \ln(mg + 0,4v_0)] = -\frac{t_{\text{гб}}}{m};$$

$$\frac{5}{2} \ln\left(\frac{mg + 0,4v_0}{mg}\right) = \frac{t_{\text{гб}}}{m}; \quad t_{\text{гб}} = \frac{5m}{2} \ln\left(1 + \frac{0,4v_0}{mg}\right)$$

$$t_{\text{гб}} = \frac{5 \cdot 2}{2} \ln\left(1 + \frac{0,4 \cdot 20}{2 \cdot 9,81}\right) = 1,71 \text{ (с)}.$$

Ответ:  $t_{\text{гб}} = 1,71 \text{ (с)}$ .



Задача 26.3.

Дано:

$m = 3 \text{ кг};$

$T_{\text{max}} = 42 \text{ Н};$

$a = ?$

Поднимаем тело вверх, на нить, соединяющую тело и  $\pi$ . А действующи силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$ . Так, сила  $T_1$  вызвана силой гравитационного притяжения:

$T_1 = mg,$

а сила  $T_2$  вызвана приложением к  $\pi$ . А ускорению  $a$ .

$T_2 = ma.$

Поскольку векторы  $\vec{g}$  и  $\vec{a}$  противоположно направлены, суммарная сила натяжения  $T$  равна:

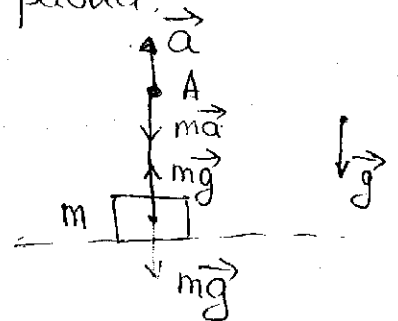
$T = T_1 + T_2.$

$T = mg + ma.$

$T = m(g + a).$

$a = \frac{T}{m} - g$

$a = \frac{42}{3} - 9,81 = 4,19 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right).$



Ответ:  $|\vec{a}| = 4,19 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Задача 26.5.

Дано:

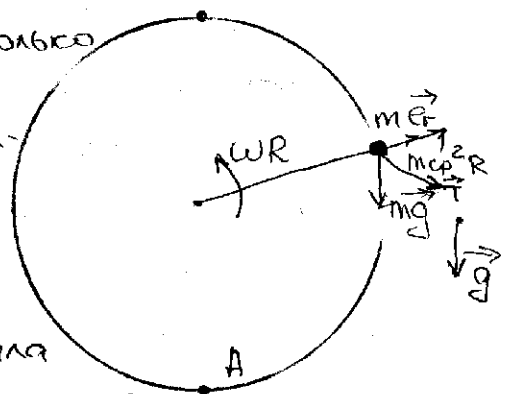
$m = 0,3 \text{ кг};$

$R = 1 \text{ м};$

$T_0 = 9 \text{ Н};$

$\omega_{\text{min}} = ?$

Нить разрывается, как только сила натяжения  $T \geq T_0$ . На вращающемся в вертикальной плоскости тело массы  $m$  с угловой скоростью  $\omega$  действует



сила тяжести  $m\vec{g}$  и отцентровое сила  $m\omega^2 R \vec{e}_r$ ;  $T = m\vec{g} + m\omega^2 R \vec{e}_r.$

$\vec{e}_r$  — единичный вектор вдоль радиуса  $R$ .

$T = T_{\text{max}}$  в т. А.  $T_{\text{max}} = mg + m\omega^2 R$

Условие разрыва нити;  $T_{\text{max}} \geq T_0$ .  $\omega = \omega_{\text{min}}$  при  $T_{\text{max}} = T_0$ .

$mg + m\omega_{\text{min}}^2 R = T_0$ .  $\omega_{\text{min}}^2 = \left(\frac{T_0}{m} - g\right) \frac{1}{R}$ ;  $\omega_{\text{min}} = \sqrt{\frac{1}{R} \left(\frac{T_0}{m} - g\right)}$ .

$$\omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{0,3} - 9,81} = 4,5 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$$

Ответ:  $\omega_{\min} = 4,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ;

Задача 26.7.

Дано:

$$P_{\pi} = 50 \text{ Н};$$

$$P_3 = 51 \text{ Н};$$

$$v = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$R = ?$

Для прямолинейного участка пути:

$$mg = P_{\pi} \Rightarrow m = \frac{P_{\pi}}{g};$$

В нижней точке закругленного участка пути; (поскольку  $P_3 > P_{\pi}$ , то участок пути имеет форму впадины).

$$mg + \frac{mv^2}{R} = P_3.$$

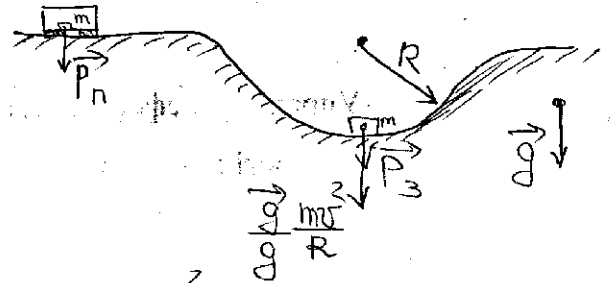
$$P_{\pi} + \frac{mv^2}{R} = P_3$$

$$\frac{mv^2}{R} = P_3 - P_{\pi}$$

$$R = \frac{mv^2}{P_3 - P_{\pi}} = \frac{P_{\pi}}{g} \frac{v^2}{P_3 - P_{\pi}};$$

$$R = \frac{50}{9,81} \frac{20^2}{51 - 50} = 2039 \text{ (м)} = 2,039 \text{ км.}$$

Ответ:  $R = 2,039 \text{ км.}$



Задача 26.16.

Дано:

$$x(t) = 3 \cos(2\pi t) \quad m=0,2 \text{ кг}$$

$$y(t) = 4 \sin(\pi t)$$

$F_x, F_y = ?$

Проекции векторов скорости и ускорения на оси  $x$  и  $y$ ;

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -6\pi \sin(2\pi t); \quad v_y = \frac{dy}{dt} = 4\pi \cos(\pi t).$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -12\pi^2 \cos(2\pi t); \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -4\pi^2 \sin(\pi t).$$

$$a_x = -4\pi^2 x; \quad a_y = -\pi^2 y;$$

Проекции силы, действующей на тело;

$$F_x = a_x \cdot m = -4\pi^2 m x; \quad F_y = -\pi^2 m y.$$

$$[F_x = -7,896 x; \quad F_y = 1,974 y.]$$

Ответ:  $\begin{cases} F_x = -4\pi^2 m x; \\ F_y = -\pi^2 m y; \end{cases}$